

4. Differenciálegyenletrendszerek

I. Oldjuk meg többféle módon az alábbi homogén differenciálegyenletrendszereket.

$$\begin{aligned} a) \quad & \begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 + x_2 & x_1(0) = 4 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 + 4x_2 & x_2(0) = 8 \end{cases} \\ b) \quad & \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 & x_1(0) = 5 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + 3x_2 & x_2(0) = 2 \end{cases} \\ c) \quad & \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 & x_1(0) = 5 \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_3 & x_2(0) = 0 \\ \dot{x}_3 = x_2 & x_3(0) = -1 \end{cases} \\ d) \quad & \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_3 & x_1(0) = 1 \\ \dot{x}_2 = 2x_2 & x_2(0) = 4 \\ \dot{x}_3 = 3x_1 & x_3(0) = \sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

II. Legyen $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \in \mathbb{R}^3$ tetszőleges vektor. Keressük meg azokat az $x \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^3)$ függvényeket melyekre

$$\dot{x} = \omega \times x$$

teljesül.

III. Oldjuk meg a következő inhomogén differenciálegyenleteket.

$$\begin{aligned} a) \quad & \begin{cases} \dot{x}_1(t) = 4x_1(t) + x_2(t) - e^{2t} \\ \dot{x}_2(t) = -2x_1(t) + x_2(t) \end{cases} \\ b) \quad & \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) - \cos t \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) + \sin t \end{cases} \end{aligned}$$