6. Vonalmenti integrálás

I. Adjuk meg paraméteresen az alábbi görbéket és felületeket.

1. Az $\{y = 1; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ síkban lévő $(0, 1, 0)$ középpontú 2 sugarú körvonal.

2. A $\{z = 0; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ síkban lévő $(1, 3)$ középpontú a, b féltengelyű ellipszis $(a, b \in \mathbb{R}^+)$.

3. A $\{z = x^2 + y^2; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ és az $\{x + y - z = -4; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ egyenletű felületek metszetgörbéje.

4. Az $(1, 2, 3)$ középpontú 5 sugarú gömb.

5. Az $\{x^2 + y^2 = 1, z = 0; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ vezérvonalú, $(0, 0, 2)$ középpontú kúpfelület.

6. A $\{(t, 2, 5); t \in \mathbb{R}\}$ vezéregyenesű 3 sugarú körhenger.

II. Mi lesz a $\{\gamma(t) := (t^2 - 2t, 3t - 5, -t^2 - 2); t \in [0, 3]\}$ görbe érintőjének az egyenlete a $t_0 = 2$ paraméternél?

III. Írjuk fel az alábbi $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vektormezők deriváltját, ahol $a \in \mathbb{R}^3$ adott vektor és $r \in \mathbb{R}^3$.

1. $v(r) := r$	4. $v(r) := \|r\|r$
2. $v(r) := a \cdot r^2$	5. $v(r) := (ar)r$
3. $v(r) := \ln \|r\| \cdot r$	6. $v(r) := a \times r$

IV. Vonalmenti integrálok.

1. Mekkora a $\{v(x, y) := (-y, x); (x, y) \in \mathbb{R}^2)\}$ vektor-vektor függvény $A = (0, 1)$ és $B = (1, 0)$ pontok közötti vonalmenti integrálja, ha A-ból B-be egyenesvonal mentén, illetve, ha az origó középpontú kör negyedíve mentén integrálunk?

2. Legyen $\{v(x, y, z) := (xy, y^2, xz); (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$ és $\{\gamma(t) := (t, t^2 + 1, \exp(t)); (0 \le t \le 1)\}$. Határozzuk meg az $\int\limits_\gamma v$ integrál értékét.