

# Programozási feladat 3. (vázlat)

Bartha Zsolt

2010. december 4.

A kutatási és programozási feladatom témája az *Eulerian walkers model* lesz, ami egy modell véletlen sétára gráfokban. Az alapfeladat a következő:

Adott egy gráf (feltehetjük, hogy összefüggő), amelynek minden csúcsánál meg van adva az onnan kimenő élek egy ciklikus sorrendje. Kezdetben minden csúcsból mutat egy nyíl valamelyik szomszédja felé (véletlenszerűen). A bolyongó részecske elindul valamelyik csúcsból, és minden csúcsnál a következőt teszi: elfordítja az onnan kifutó nyilat a sorrend szerint következő éltre, majd átmegy azon az élen. A kérdés az, hogy a rendszer hogyan fog viselkedni.

Egyszerű demonstrálása ennek a modellnek egy utazó kereskedő, aki minden városban vásárol egyféle áruból, és eladja a meglévő árúját (amit az előző városban vásárolt). A kereskedő azt a stratégiát követi, hogy mindig abba a szomszédos városba megy tovább, amelyekben a legrégebben volt (vagy még egyáltalán nem).

A bolyongást a *Mathematica* programmal szemléltetem különböző gráfokra. Véges gráfok esetén a bolyongás egy idő után periodikussá válik, amely periódus éppen a gráf egy Euler-körsétáját jelenti (olyan értelemben, hogy minden élt mindkét irányban bejár). Kérdés, hogy mennyi idő alatt éri el ezt az állapotot. A feladat másik változata, amikor a gráf egyik csúcsa egy nyelő, amelyet ha elér a részecske, akkor eltűnik, és egy újabb részecske kezd el az útját egy választott csúcsból. Itt a nyilak helyzete az érdekes kérdés egy-egy részecske eltűnése után. Egy részecske indítását egy adott csúcsból tekinthetjük a rendszer (a nyilak állása) egy transzformációjának. Kérdés, hogy melyek ezeknek a transzformációknak az algebrai tulajdonságai. (Kommutatív csoportot alkotnak az elrendezések egy bizonyos részhalmazán.) Vizsgálható még, hogy egy-egy csúcsot átlagosan hányszor jár be a részecske egy (adott csúcsból indított) út során.

Másik változata a problémának a végtelen gráfok esete, amikor nem fog periodicitás kialakulni. Végtelen síkbeli négyzetrács esetében azt vizsgálom meg, hogy a részecske mennyire távolodik el a kiindulási helytől a lépések számának függvényében, illetve sok kísérletet végezve (mindig véletlenszerűen beállítva a nyilak kezdeti állását) a síknak milyen részét járja be, ha a lépésszám elegendően nagy. Itt a feladat variálható azzal, hogy valamilyen zajt teszünk a rendszerbe, azaz a nyilak valamilyen valószínűséggel nem csak egyet fordulnak egy lépés során, hanem többet. (Ismeretes, hogy ha a részecske  $\frac{1}{4}$  valószínűséggel megy tovább a négy irány mindegyikébe, akkor  $n$  lépés után átlagosan  $\sqrt{n}$  távolságra lesz az origótól.) Ebben a végtelen esetben is érdekes kérdés, hogy a részecske egy-egy csúcsot átlagosan hányszor jár be.