

# Programozási feladat 3. (vázlat)

Bartha Zsolt

2011. február 14.

A kutatási és programozási feladatom témája a véletlen séták vizsgálata lesz különböző (véges, illetve végtelen) gráfokban. A kiindulási feladat a szimmetrikus véletlen bolyongás a számegyenesen (az egész számokon), illetve a síkbeli négyzetrácson. Ilyenek *Mathematica* programmal való szimulálásával vizsgálom Pólya György tételét, mely szerint egy, illetve két dimenzióban a bolyongó részecske 1 valószínűséggel visszatér a kiindulási pontba (és így minden pontot bejár 1 valószínűséggel). Két részecskét vizsgálva ebből következik, hogy (bárhonnan indítva őket) 1 valószínűséggel találkoznak (és ezért várhatóan végtelen sokszor találkoznak).

Ezután olyan végtelen gráfokban való véletlen sétákat vizsgálok, ahol ez a két probléma nem ekvivalens. Például, ha a végtelen számegyenes minden egész pontjához csatlakozik egy szakasz (tehát véges sok egész pont, ahová léphet a részecske), akkor ebben a "fésű-gráfban" ugyanúgy 1 valószínűséggel visszatér a kiindulási helyre a véletlen bolyongást végző részecske, de lehetséges, hogy két felváltva lépő részecske pozitív valószínűséggel soha nem találkozik. Azt vizsgálom, hogy milyen feltételeknek kell teljesülni a "fésű" ágainak hosszára, hogy ez teljesüljön.

Ezután a fennmaradó idő függvényében foglalkozom az *Eulerian walkers modellel* ami egy másik típusú véletlen bolyongás. Itt a gráf éleinek adott valamilyen kezdeti irányítása, illetve minden csúcshoz a hozzá kapcsolódó élek egy ciklikus sorrendje. A bolyongó részecske elindul valamelyik csúcsból, és minden csúcsnál a következőt teszi: elfordítja az onnan kifutó nyilat a sorrend szerint következő éltre, majd átmege azon az élen. A kérdés az, hogy a rendszer hogyan fog viselkedni. Véges gráfok esetén a bolyongás egy idő után periodikussá válik, amely periódus éppen a gráf egy Euler-körsétáját jelenti. Kérdés, hogy mennyi idő alatt éri el ezt az állapotot. Végtelen számegyenes, illetve négyzetrács esetén azt vizsgálom meg, hogy a részecske mennyire távolodik el a kiindulási helytől a lépések számának függvényében (ismeretes, hogy szimmetrikus bolyongás esetén  $n$  lépés után átlagosan  $\sqrt{n}$  távolságra lesz az origótól), illetve sok kísérletet végezve (mindig véletlenszerűen beállítva a nyilak kezdeti állását) a síknak milyen részét járja be, ha a lépésszám elegendően nagy. Véges és végtelen esetben is érdekes kérdés, hogy a részecske egy-egy csúcsot átlagosan hányszor jár be. (Szimmetrikus bolyongás esetén ez minden csúcra végtelen.)