

3.8. TÉTEL. Egy mechanizmus pontosan akkor konzervatív, ha a fenti lineáris programozási feladatnak van megengedett megoldása, és az optimális megengedett megoldás(ok)nál az f függvény értéke pozitív.

Bizonyítás. 1. Tegyük fel, hogy a mechanizmus konzervatív. Akkor létezik olyan $\rho > 0$ vektor, amelyre $\rho^T \gamma = 0$ teljesül. Egy ilyen ρ -ból osztással kaphatunk egy olyan ρ^* -ot, amely teljesíti a $\rho^{*T} 1 = 1$ feltételt. Mivel ρ^* koordinátái pozitívak, van alsó korlátjuk, tehát van olyan pozitív y , amellyel $y1 \leq \rho^*$ is teljesül. Van tehát megengedett megoldás, és itt az f függvény értéke pozitív. Az f függvénynek tehát a maximuma is pozitív, hiszen f egy kompakt halmazon definiált folytonos függvény.

2. Ha a fenti lineáris programozási feladatnak van megengedett megoldása, és a célfüggvény maximális értéke pozitív, akkor egy $(\rho^* y^*)$ maximumhelyet véve $\rho^* > y^* 1 > 0$, és $\rho^{*T} \gamma = 0^T$ miatt a mechanizmus konzervatív. \square

3.4. Megjegyzés. Ha egy algoritmus a fenti lineáris programozási feladat optimális megengedett megoldását megengedett megoldásokon keresztül haladva határozza meg, akkor amint a célfüggvény értéke pozitívvá válik, leállítható: a mechanizmus konzervatív.

Tetszőleges mechanizmus egyetlen kémiai komponens hozzávételével konzervatívvá bővíthető:

3.5. Megjegyzés. Tetszőleges $\langle \mathcal{M}, \mathcal{R}, \alpha, \beta \rangle$ mechanizmushoz létezik olyan $\langle \mathcal{M}', \mathcal{R}', \alpha', \beta' \rangle$ konzervatív mechanizmus, amelyre a következők teljesülnek:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}' &= \mathcal{M} \cup \{\mathcal{X}(M+1)\}, & \mathcal{R}' &= \mathcal{R}, \\ \alpha'(\cdot, r) &= \alpha(\cdot, r) + (\mathcal{L} - \ell(\alpha(\cdot, r)))e_{M+1}, & r &\in \mathcal{R}; \\ \beta'(\cdot, r) &= \beta(\cdot, r) + (\mathcal{L} - \ell(\beta(\cdot, r)))e_{M+1}, & r &\in \mathcal{R},\end{aligned}$$

itt $\mathcal{L} := \max\{\ell(\alpha(\cdot, r)); r \in \mathcal{R}\} \cup \{\ell(\beta(\cdot, r)); r \in \mathcal{R}\}$. (A konzervativitás definíciójában szereplő ρ vektor $\rho = 1$ -nek vehető.)

3.1. Példa. Az $\mathcal{X}(1) \rightarrow 2\mathcal{X}(1)$ mechanizmus nem konzervatív, de kiegészíthető az $\mathcal{X}(1) + \mathcal{X}(2) \rightarrow 2\mathcal{X}(1)$ konzervatív mechanizmussá. Ennek a kiegészíthetőségnek az a jelentősége, hogy az eredeti mechanizmusra úgy gondolhatunk, mint egy olyanra, amely kémiaiilag nem teljesen irreális, abban az értelemben, hogy legalább konzervatívvá tehető.

4. Kapcsolatok a definiált tulajdonságok között

4.1. TÉTEL. Ha egy mecahnizmus

- (i) szigorúan tömegtermelő, akkor szigorúan szuperkonzervatív;
- (ii) szigorúan tömegfogyasztó, akkor szigorúan szubkonzervatív.