Bizonyítás. Nyilván elegendő a tétel első felével foglalkozni, a második fele következik az elsőből, ha figyelembe vesszük a 2.1. (ii) és a 2.3. (ii) megjegyésben mondottakat. Természetesen bebizonyítható a második rész az elsőhöz hasonló módon is.

A mechanizmus szigorúan tömegtermelő, ezért a 3.1. megjegyzés szerint $\gamma \vdash \mathbf{0}$. Ekkor viszont — mivel a 2.1. definíció (ii) (a) része szerint γ minden oszlopa különbözik a $\mathbf{0}$ vektortól — *tetszőleges* $\rho > \mathbf{0}$ vektorral teljesül $\rho^\top \gamma > \mathbf{0}^\top$, vagyis a mechanizmus szigorúan szuperkonzervatív. □

4.2. TÉTEL. *Egy mechanizmus*

(i) *akkor és csak akkor nem tömegtermelő, ha konzerzatív vagy szubkonzervatív;*

(ii) *akkor és csak akkor nem tömegfogyasztó, ha konzervatív vagy szuperkonzervatív.*

Bizonyítás. Elegendő a tétel első felét bizonyítanunk. Egy mechanizmus pontosan akkor nem tömegtermelő, ha nincs olyan $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, amellyel $\gamma\mathbf{x} \vdash \mathbf{0}$. Alkalmazzuk az F.2. tételt a következő szereposztással: legyen $N := R$, és legyen $M_1 := 0$; $M_2 := M$, $B := -\gamma$; $M_3 := R$, $C := -I_R$. Ekkor azt kapjuk, hogy a mechanizmus akkor és csak akkor nem tömegtermelő, ha a

$$\mathcal{B}_2\{(y_2, y_3) \in \mathbb{T};\ -\gamma^\top y_2 - I_R y_3 = \mathbf{0},\ y_2 > \mathbf{0},\ y_3 \geq \mathbf{0}\}$$

halmaz nem üres, vagyis ha létezik olyan $y_2 > \mathbf{0}$, $y_3 \geq \mathbf{0}$, amellyel $\mathbf{0} \geq -y_3 = \gamma^\top y_2$. Ha $y_3 = \mathbf{0}$, akkor a mechanizmus konzervatív, míg ha $y_3 \vdash \mathbf{0}$, akkor szubkonzervatív. □

Az előző tételből közvetlenül adódik, hogy egy mechanizmus akkor és csak akkor tömegmegőrző, ha vagy konzervatív, vagy egyszerre szub- és szuperkonzervatív. Ebből kiemelendő, hogy ha egy mechanizmus konzervatív, akkor tömegmegőrző is egyben. Ez a 3.1. tételből és a 3.1. megjegyzés (v) részéből is következik.

4.3. TÉTEL. *Egy mechanizmus pontosan akkor*

(i) *szigorúan szubkonzervatív, ha nem tömegtermelő és*

$$\{\mathbf{x} \vdash \mathbf{0};\ \gamma\mathbf{x} = \mathbf{0}\} = \emptyset, \tag{4.1}$$

(ii) *szigorúan szuperkonzervatív, ha nem tömegfogyasztó és* (4.1) *teljesül.*

Bizonyítás. Elegendő a tétel első felét bizonyítanunk.

Egy mechanizmus pontosan akkor szigorúan szuperkonzervatív, ha a

$$\{\varrho;\ \rho > \mathbf{0},\ \rho^\top \gamma < \mathbf{0}^\top\}$$

halmaz nem üres. Alkalmazzuk az F.2. tételt a következő szereposztással: legyen $N := M$, és legyen

$$M_1 := M + R,\ A := \begin{pmatrix} \gamma^\top \\ -I_M \end{pmatrix};\quad M_2 := 0;\quad M_3 := 0.$$