Dr. Alex Küronya Sommersemester 2011

Übungsaufgaben zur "Einführung in die torische Geometrie"

7. Blatt

Abgabetermin: Mi, 19.7.2011

Für die mit $*$ gekennzeichnete Aufgabe sollte man eine schriftliche Lösung bis zum Abgabetermin einreichen.

Aufgabe 7-1
Man beweise, daß die abstrakte torische Varietät $X(\Sigma)$ in der Tat irreduzibel ist.

Aufgabe 7-2
Man zeige, daß der Fächer $\Sigma = \{\mathrm{Cone}(e_1), \mathrm{Cone}(-e_1), \mathrm{Cone}(0)\}$ in $\mathbb{R}$ die projektive Gerade beschreibt.

Aufgabe 7-3
Man bestimme alle 1-dimensionale normale torische Varietäten.

Aufgabe 7-4
Es sei σ der Fächer in $\mathbb{R}^n$, der aus dem Kegeln erzeugt von allen endlichen Untermengen von

$$\{e_0 = -(e_1 + \ldots, e_n), e_1, \ldots, e_n\}$$

besteht. Man beschreibe die zugehörige torische Varietät.

Aufgabe 7-5
Es sei Σ ein Fächer, $\sigma_1, \sigma_2, \tau \in \Sigma$ mit $\sigma_1 \cap \sigma_2 = \tau$. Man zeige, daß

$$S_\tau \;=\; S_{\sigma_1} + S_{\sigma_2} \;.$$

Aufgabe 7-6
Man finde einen Fächer $\Sigma \subseteq \mathbb{R}^2$ mit der Eigenschaft $X(\Sigma) \simeq \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$.

Hausaufgaben

Aufgabe 7-7
Es sei $\Sigma \subseteq N_{\mathbb{R}}$ ein Fächer, n eine positive ganze Zahl. Man konstruiere einen Fächer Σ' in $N_{\mathbb{R}} \times \mathbb{R}^n$ so daß $X(\Sigma') \simeq X(\Sigma) \times \mathbb{C}^n$ ist.

Aufgabe 7-8 *
Es sei Σ der von den Strahlen $e_1, e_2, -e_2, -e_1 + e_2$ erzeugte Fächer in $\mathbb{R}^2$. Man bestimme die Varietät $X(\Sigma)$.