

## Vizsgatémakörök

Az (F) jelölés jelentése: feladat (=konkrét számolás) is és elméleti kérdés is előfordulhat. A többenél csak elméleti jellegű kérdés várható.

1. Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet (KDE) és kezdetiérték-probléma (KÉP) fogalma, a KDE és KÉP megoldásainak száma.
2. Szétválasztható KDE, példák. Autonóm KDE fogalma.  
Elsőrendű lineáris KDE.
3. Másodrendű lineáris KDE (homogén, ill. inhomogén) megoldásainak szerkezete, előállítás. Példák: rezgések.
4. Lineáris KDE-rendszerek.  
A megoldások szerkezete. A megoldások előállítása:  $2 \times 2$  eset; az  $n \times n$  eset különböző sajátértékek esetén.
5. A Laplace-transzformáció és alkalmazása (csak feladatként). (F)
6. Fáziskép, első integrál, példák. (F)
7. Stabilitásvizsgálat, a Ljapunov-függvény módszere. (F)
8. Elsőrendű homogén lineáris PDE. (F)  
A rezgő húr egyenlete. (F)

Név: ..... Neptun-kód: ..... Gyak.: .....

**Pontszám:** .....

Mintavizsga, 2021. január 35.

Egy A4-es lapnyi saját készítésű vázlat használható, egyéb írott segédeszköz viszont nem. Együttműködés, másolás esetén az érintettek mérlegelés nélkül elégtelent kapnak.

Csak a kérdésre adott válaszok értékelhetők, amúgy akkor sem, ha önmagában igaz dolgot ír!

Ez a mintavizsga csak szemlélteti a korábbi évek vizsgáinak jellegét, a konkrét vizsgák ettől eltérhetnek!

### Elméleti kérdések

1. Hány megoldása van egy  $y'(x) = f(x, y(x))$ ,  $y(x_0) = y_0$  kezdetiérték-problémának, ahol  $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$  adott függvény?
2. Legyenek  $y_1$  és  $y_2$  ugyanannak az inhomogén másodrendű lineáris KDE-nek a megoldásai. Milyen KDE megoldása az  $y := y_1 - y_2$  függvény? Állításunkat vezessük is le!
3. Egy rovarfaj 6 szomszédos élőhelyen való  $x_1(t), \dots, x_6(t)$  egyedszámának alakulását egy  $(6 \times 6)$ -os  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  homogén lineáris KDE-rendszer írja le. Tegyük fel, hogy az  $A$  mátrix sajátértékei  $\lambda_1, \dots, \lambda_6$  különböző valós számok, és  $u_1, \dots, u_6$  megfelelő sajátvektorok. Írjuk fel az általános megoldást.
4. Egy erdőben a farkasok egyedszámát a  $v$ , a nyulakét pedig az  $u$  függvénnyel modellezzük, az egyedszámok alakulását az alábbi KDE-rendszer írja le:  
$$\begin{cases} \dot{u} = au - ruv \\ \dot{v} = suv - bv, \end{cases}$$
 ahol  $a, r, s, b > 0$  állandók. Igazoljuk az első integrál módszerével, hogy mindkét egyedszám periodikusan változik!

**Feladatok** az alábbi témákból: (ld. tipikus példák a gyak. feladatsorból is)

5. Laplace-transzformáció. (Mint pl. a 9. gyak. 3.a) és c) feladata.)
6. Fáziskép felrajzolása első integrállal.  
(Mint pl. a 10. gyak. 6. oldal 1.a) és b) feladata.)
7. Stabilitásvizsgálat Ljapunov-függvénnyel.  
(Mint pl. a 10. gyak. 7. oldal 1. és 2. feladata.)
8. Egy elsőrendű PDE megoldása.  
(Mint pl. a 11. gyak. 2.a) és b) feladata mellékfeltétel nélkül.)

Összesen 30 pont, a két zh-val együtt 80 pont.

Ponthatárok: 32–44–56–68.