Wolfram Mathematica

Informatika 1, 12. gyakorlat

Csikja Rudolf notebook-jai alapján.

Aritmetika

1. feladat

Számoljuk ki az alábbi kifejezések értékét. A formulák bevitelére használjuk a gyorsbillentyűket, illetve használhatunk palettát is.

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}+\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}+\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}+\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$$

$$\sin(60\,°)^{\sqrt{8}}+\frac{3^{10}+3^{11}}{3^{12}-3^{10}}+\left(\frac{1}{49}\right)^{\log_{\sqrt{7}}(2)}$$

$$\texttt{Sin[60 Degree]}^{\sqrt{8}}+\frac{3^{10}+3^{11}}{3^{12}-3^{10}}+\left(\frac{1}{49}\right)^{\texttt{Log}[\sqrt{7},2]}$$

$$\frac{1}{2}+2^{-2\sqrt{2}}\,3^{\sqrt{2}}+49^{-\frac{2\,\mathrm{Log}[2]}{\mathrm{Log}[7]}}$$

2. feladat

Határozzuk meg az alábbi komplex számok ($a+i\,b$) algebrai alakját szimbolikusan és numerikusan is: i^{i}, $\frac{5+7\,i}{3-5\,i}$, $\cos(i+1)$.

```
ComplexExpand[I^I]
N[I^I]
```

$e^{-\pi/2}$

$0.20788 + 0.\,i$

```
ComplexExpand[(5 + 7 I)/(3 - 5 I)]
N[(5 + 7 I)/(3 - 5 I)]
```

$-\frac{10}{17} + \frac{23\,i}{17}$

$-0.588235 + 1.35294\,i$

```
ComplexExpand[Cos[I + 1]]
N[Cos[I + 1]]
```

Cos[1] Cosh[1] - ⅈ Sin[1] Sinh[1]

$0.83373 - 0.988898\,i$

Határozzuk meg a $2 + 3\,i$ összes 5. gyökét.

```
Solve[2 + 3 I == z^5, z]
```

$\{\{z \to (2+3\,i)^{1/5}\}, \{z \to -(-1)^{1/5}(2+3\,i)^{1/5}\}, \{z \to (-1)^{2/5}(2+3\,i)^{1/5}\}, \{z \to -(-1)^{3/5}(2+3\,i)^{1/5}\}, \{z \to (-1)^{4/5}(2+3\,i)^{1/5}\}\}$

3. feladat

Mutassuk meg, hogy az $e^{\sqrt{163}\,\pi}$ szám meglepően közel van egy egész számhoz. Milyen közel?

```
N[Ceiling[E^(Sqrt[163] Pi)] - E^(Sqrt[163] Pi), 100]
```

7.499274028018143111206461436626630091372924625896217893520898813926870488186538139354958069161120502 × 10^{-13}

4. feladat

Váltsuk át 13-as számrendszerbe a (7-es számrendszerbeli) 5543_7 számot.

```
BaseForm[7^^5543, 13]
```

$ba2_{13}$

Logika

5. feladat

Döntsük el melyik a nagyobb

2^{300} vagy 3^{200},

```
2^300 < 3^200
```

True

$\log_2(3)$ vagy $\log_3(5)$.

```
Log[2, 3] < Log[3, 5]
```

```
False
```

6. feladat

Mutassuk meg, hogy $A \Rightarrow (B \vee A)$ tautológia (az A, B változók minden lehetséges értékére igazat ad).

```
BooleanTable[Implies[A, Or[B, A]]]
TautologyQ[Implies[A, Or[B, A]]]
```

```
{True, True, True, True}
```

```
True
```

7. feladat

Hozzuk létre az x és y nevű változókat (valós számok), majd írjunk egy olyan kifejezést az **If** használatával, amely válaszként a kettő közül azt adja vissza, amelyik nem kisebb a másiknál.

```
x = 4;
y = 7;
If[x < y, y, x]
```

```
7
```

Hozzuk létre az a és b nevű változókat (pozitív egész számok), majd írjunk egy olyan kifejezést az **Which** használatával, amely válaszként a kettő közül azt adja vissza, amelyik osztója a másiknak, ha nincs ilyen, akkor nullát ad eredményül.

Ezt a feladatot átugrottuk.

Lista

8. feladat

Hozzunk létre egy listát, ami a kétjegyű hárommal osztható számokat tartalmazza.

```
Table[i, {i, 12, 99, 3}]
```

```
{12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51,
 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99}
```

Hozzunk létre egy listát, ami a $[-\pi, \pi]$ intervallum 30 egyenlő részre való felosztásával keletkező számokat tartalmazza.

```
Table[i, {i, -Pi, Pi, 2 Pi / 30}]
```

$$\left\{-\pi, -\frac{14\pi}{15}, -\frac{13\pi}{15}, -\frac{4\pi}{5}, -\frac{11\pi}{15}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{3\pi}{5}, -\frac{8\pi}{15}, -\frac{7\pi}{15}, -\frac{2\pi}{5}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{4\pi}{15}, -\frac{\pi}{5}, -\frac{2\pi}{15}, -\frac{\pi}{15}, 0, \frac{\pi}{15}, \frac{2\pi}{15}, \frac{\pi}{5}, \frac{4\pi}{15}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{5}, \frac{7\pi}{15}, \frac{8\pi}{15}, \frac{3\pi}{5}, \frac{2\pi}{3}, \frac{11\pi}{15}, \frac{4\pi}{5}, \frac{13\pi}{15}, \frac{14\pi}{15}, \pi\right\}$$

9. Feladat

Állítsuk elő az alábbi listákat aritmetikai műveletek segítsével.

```
{1, 2, 4, 8, 16, 32}
```

```
2^Table[i, {i, 0, 5}]
Table[2^i, {i, 0, 5}]
```

```
{1, 2, 4, 8, 16, 32}

{1, 2, 4, 8, 16, 32}

{1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1}
```

```
(-1)^Table[i, {i, 0, 9}]
Table[(-1)^i, {i, 0, 9}]
```

```
{1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1}

{1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1}
```

10. feladat

Egészítse ki az alábbi kifejezést úgy, hogy az $\{\{x^2, y^2, z^2\}, \{x^3, y^3, z^3\}, \{x^4, y^4, z^4\}\}$ eredményt kapjuk.

```
Table[a^n, ...]
```

```
Clear[x, y, z]
Table[a^n, {n, 2, 4}, {a, {x, y, z}}]
```

$\{\{x^2, y^2, z^2\}, \{x^3, y^3, z^3\}, \{x^4, y^4, z^4\}\}$

11. feladat

Hozzunk létre egy száz elemű $-5 \leq n \leq 5$ véletlen egész számokat tartalmazó listát.

```
RandomInteger[{-5, 5}, 100]
```

```
{-1, -5, -2, -1, -5, -1, 0, 0, 4, 1, 2, 5, 1, 5, 3, 4, 1, -1, -5, 3, -4, -2, -3, 4, 2, 5,
 -3, -4, -2, -5, -2, -1, 1, 3, 0, 2, -2, -3, 0, -1, -5, 3, 0, -4, -1, -1, -3, 3, -3,
 5, -2, -2, -1, 4, -1, -4, 0, 1, -4, -3, 4, 5, 0, 4, 4, -1, -2, -2, -4, -5, -2, 5, -2,
 3, -5, 2, 5, 5, 3, -3, 1, 3, -4, 0, 0, -4, 5, 4, -3, 2, 5, 2, -4, 5, -1, 1, 5, 1, 3, 0}
```

Hozzunk létre egy száz elemű $n \in \{-1, -2, 1, 2\}$ véletlen egész számokat tartalmazó listát.

```
RandomChoice[{-1, -2, 1, 2}, 100]
```

```
{-1, -1, 2, 2, 1, -2, 2, 1, -1, 2, 1, 1, 1, -1, 1, 1, -2, -2, -1, 2, 2, -2, 2, 2, 2, 1, 2,
 -1, 1, -1, -2, -2, -2, 1, -2, 1, -1, -1, 1, -1, -2, -2, 2, 2, 2, 1, 1, -1, 2, 1,
 -1, 1, 1, 2, -2, 1, 2, 1, 1, -1, 2, 2, 2, -1, -2, 1, 2, 2, 2, 1, -2, -1, 1, 1, 2, 2,
 -1, -1, 2, 2, -2, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 2, -1, -1, 2, 1, -1, -1, 1, -1, 2, -2, 1}
```

12. Feladat

Egy versenyen 7 versenyző indul `{a,b,c,d,e,f,g}`, állítsuk elő az összes lehetséges 3-as befutót (a sorrend számít). Hány ilyen van?

```
Permutations[{a, b, c, d, e, f, g}, {3}]
```

```
{{a, b, c}, {a, b, d}, {a, b, e}, {a, b, f}, {a, b, g}, {a, c, b}, {a, c, d}, {a, c, e},
 {a, c, f}, {a, c, g}, {a, d, b}, {a, d, c}, {a, d, e}, {a, d, f}, {a, d, g}, {a, e, b},
 {a, e, c}, {a, e, d}, {a, e, f}, {a, e, g}, {a, f, b}, {a, f, c}, {a, f, d}, {a, f, e},
 {a, f, g}, {a, g, b}, {a, g, c}, {a, g, d}, {a, g, e}, {a, g, f}, {b, a, c}, {b, a, d},
 {b, a, e}, {b, a, f}, {b, a, g}, {b, c, a}, {b, c, d}, {b, c, e}, {b, c, f}, {b, c, g},
 {b, d, a}, {b, d, c}, {b, d, e}, {b, d, f}, {b, d, g}, {b, e, a}, {b, e, c}, {b, e, d},
 {b, e, f}, {b, e, g}, {b, f, a}, {b, f, c}, {b, f, d}, {b, f, e}, {b, f, g}, {b, g, a},
 {b, g, c}, {b, g, d}, {b, g, e}, {b, g, f}, {c, a, b}, {c, a, d}, {c, a, e}, {c, a, f},
 {c, a, g}, {c, b, a}, {c, b, d}, {c, b, e}, {c, b, f}, {c, b, g}, {c, d, a}, {c, d, b},
 {c, d, e}, {c, d, f}, {c, d, g}, {c, e, a}, {c, e, b}, {c, e, d}, {c, e, f}, {c, e, g},
 {c, f, a}, {c, f, b}, {c, f, d}, {c, f, e}, {c, f, g}, {c, g, a}, {c, g, b}, {c, g, d},
 {c, g, e}, {c, g, f}, {d, a, b}, {d, a, c}, {d, a, e}, {d, a, f}, {d, a, g}, {d, b, a},
 {d, b, c}, {d, b, e}, {d, b, f}, {d, b, g}, {d, c, a}, {d, c, b}, {d, c, e}, {d, c, f},
 {d, c, g}, {d, e, a}, {d, e, b}, {d, e, c}, {d, e, f}, {d, e, g}, {d, f, a}, {d, f, b},
 {d, f, c}, {d, f, e}, {d, f, g}, {d, g, a}, {d, g, b}, {d, g, c}, {d, g, e}, {d, g, f},
 {e, a, b}, {e, a, c}, {e, a, d}, {e, a, f}, {e, a, g}, {e, b, a}, {e, b, c}, {e, b, d},
 {e, b, f}, {e, b, g}, {e, c, a}, {e, c, b}, {e, c, d}, {e, c, f}, {e, c, g}, {e, d, a},
 {e, d, b}, {e, d, c}, {e, d, f}, {e, d, g}, {e, f, a}, {e, f, b}, {e, f, c}, {e, f, d},
 {e, f, g}, {e, g, a}, {e, g, b}, {e, g, c}, {e, g, d}, {e, g, f}, {f, a, b}, {f, a, c},
 {f, a, d}, {f, a, e}, {f, a, g}, {f, b, a}, {f, b, c}, {f, b, d}, {f, b, e}, {f, b, g},
 {f, c, a}, {f, c, b}, {f, c, d}, {f, c, e}, {f, c, g}, {f, d, a}, {f, d, b}, {f, d, c},
 {f, d, e}, {f, d, g}, {f, e, a}, {f, e, b}, {f, e, c}, {f, e, d}, {f, e, g},
 {f, g, a}, {f, g, b}, {f, g, c}, {f, g, d}, {f, g, e}, {g, a, b}, {g, a, c},
 {g, a, d}, {g, a, e}, {g, a, f}, {g, b, a}, {g, b, c}, {g, b, d}, {g, b, e},
 {g, b, f}, {g, c, a}, {g, c, b}, {g, c, d}, {g, c, e}, {g, c, f}, {g, d, a},
 {g, d, b}, {g, d, c}, {g, d, e}, {g, d, f}, {g, e, a}, {g, e, b}, {g, e, c},
 {g, e, d}, {g, e, f}, {g, f, a}, {g, f, b}, {g, f, c}, {g, f, d}, {g, f, e}}
```

13. Feladat

Állítsuk elő a $H = \{1, 2, \ldots, 9, 10\}$ halmaz
$H \times H = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \ldots, (2, 1), (2, 2), (2, 3), \ldots, (10, 10)\}$ Descartes szorzatának azon elemeit, vagyis azon (u, v) rendezett párokat, amelyekre igaz, hogy ha u páros, akkor v páratlan, illetve ha u páratlan, akkor v páros.

(Eddig nem jutottunk el egyik gyakon se.)

```
Tuples[Range[1, 10], 2]
```

```
{{1, 1}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 6}, {1, 7}, {1, 8}, {1, 9}, {1, 10}, {2, 1},
 {2, 2}, {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {2, 6}, {2, 7}, {2, 8}, {2, 9}, {2, 10}, {3, 1},
 {3, 2}, {3, 3}, {3, 4}, {3, 5}, {3, 6}, {3, 7}, {3, 8}, {3, 9}, {3, 10}, {4, 1},
 {4, 2}, {4, 3}, {4, 4}, {4, 5}, {4, 6}, {4, 7}, {4, 8}, {4, 9}, {4, 10}, {5, 1},
 {5, 2}, {5, 3}, {5, 4}, {5, 5}, {5, 6}, {5, 7}, {5, 8}, {5, 9}, {5, 10}, {6, 1},
 {6, 2}, {6, 3}, {6, 4}, {6, 5}, {6, 6}, {6, 7}, {6, 8}, {6, 9}, {6, 10}, {7, 1},
 {7, 2}, {7, 3}, {7, 4}, {7, 5}, {7, 6}, {7, 7}, {7, 8}, {7, 9}, {7, 10}, {8, 1},
 {8, 2}, {8, 3}, {8, 4}, {8, 5}, {8, 6}, {8, 7}, {8, 8}, {8, 9}, {8, 10}, {9, 1},
 {9, 2}, {9, 3}, {9, 4}, {9, 5}, {9, 6}, {9, 7}, {9, 8}, {9, 9}, {9, 10}, {10, 1},
 {10, 2}, {10, 3}, {10, 4}, {10, 5}, {10, 6}, {10, 7}, {10, 8}, {10, 9}, {10, 10}}
```

Függvények

Eddig nem jutottunk el gyakon, ezek majd a 2. wolfram gyak megoldásában

14. Feladat

Definiáljunk egy T függvényt, amely a megadott sugár alapján kiszámolja a kör területét.

15. Feladat

Definiáljunk egy olyan f függvényt, amelynek bemente egy (valós számokat tartalmazó) lista, kimenete pedig egy olyan kételemű lista, amelynek első és második eleme a bemenetben megadott lista elemeinek számtani és mértani átlaga.

16. Feladat

Definiáljuk az $f(x) = x^3 e^x$ függvényt. Ábrázoljuk f-et, f'-t f''-t egy grafikonon, a $[-5, 1]$ intervallumon! Hol vannak kritikus pontok, inflexiós pontok?

17. Feladat

Komplex számok aritmetikája. Reprezentáljuk az $a + i\, b$ komplex számot a **Comp[a,b]** kifejezéssel. Írjuk meg a **CConjugate**, **CPlus** és a **CTimes** függvényeket, amelyek a nevük szerint működnek. Írjuk meg ugyanezeket a függvényeket a beépített Conjugate, Plus és Times függvények túlterhelésével.

18. Feladat

Írjuk meg a faktoriális függvényt $f(n) = n!$ Használjunk rekurziót: $f(0) = 1$, $f(n) = n \cdot f(n-1)$

19. Feladat

Írjuk meg az Euklideszi algoritmust a legnagyobb közös osztó megkeresésére.

```
Eukl[a_, b_] := ...
```

20. Feladat

Definiáljuk az alábbi függvényt

$$g(n) := \begin{cases} n/2, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 3\,n+1, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$$

Határozzuk meg 1-től 1000-ig minden számra azt, hogy a belőle indított g iteráció hány lépésben éri el az 1-et. Ábrázoljuk az eredményt!