

Wolfram Mathematica

Informatika 1, 12. előadás

Csikja Rudolf notebook-jai alapján.

Aritmetika

Alapműveletek

Aritmetikai műveleteket a szokásos módon végezhetjük. Az ENTER billentyű leütésével új sort kezdhetünk, ahová újabb utasítást írhatunk. A számítás elindításához használjuk a SHIFT+ENTER (vagy a numerikus billentyűzetén elhelyezkedő második enter) billentyűt.

```
In[1]:= 1 + 2 (* Ez itt egy komment *)
```

```
1 - 5
```

```
3 × 5
```

```
18 / 6
```

```
2 ^ 3
```

```
Out[1]= 3
```

```
Out[2]= - 4
```

```
Out[3]= 15
```

```
Out[4]= 3
```

```
Out[5]= 8
```

A zárójel használatára ügyeljünk. Figyeljük meg, hogy a hatványozás jobbra asszociatív, vagyis $a^b^c = a^b(c) = a^{bc}$

```
In[6]:= 1 + 2 * 3
```

```
(1 + 2) * 3
```

```
2 ^ 3 ^ 2
```

```
(2 ^ 3) ^ 2
```

```
Out[6]= 7
```

```
Out[7]= 9
```

```
Out[8]= 512
```

```
Out[9]= 64
```

Mi lesz az eredmény?

```
In[10]:= 1 + 2 × 4
          15 + 5 × 3^2^2
```

Out[10]= 9

Out[11]= 420

```
In[12]:= FullForm[a + b]
```

Out[12]/FullForm= Plus[a, b]

```
In[13]:= (a + b)^2
```

Out[13]= (a + b)^2

```
In[14]:= Expand[(a + b)^2]
```

Out[14]= a^2 + 2 a b + b^2

Paletta: Menü sávban -> Palettes -> Basic Math Assistant

Operátorok vs. függvények

A szokásos operátoros forma helyett használható a függvény formalizmus is.

```
In[15]:= Plus[1, 2, 5]
          Plus[1, Minus[5]]
          Times[3, 5]
          Divide[18, 6]
          Power[2, 3]
```

Out[15]= 8

Out[16]= -4

Out[17]= 15

Out[18]= 3

Out[19]= 8

Van amelyiknek több argumentuma is lehet.

```
In[20]:= Plus[a, b, c]
          Minus[a]
          Times[x, y, z]
          Divide[a, b]
          Power[x, y, z, w]

Out[20]= a + b + c

Out[21]= - a

Out[22]= x y z

Out[23]=  $\frac{a}{b}$ 

Out[24]= xyzw

In[25]:= Plus[a, 2, b, 12]
Out[25]= 14 + a + b

In[26]:= Divide[a, b, c]
Divide::argrx : Divide called with 3 arguments; 2 arguments are expected. >>
Out[26]= Divide[a, b, c]
```

Az operátoros forma teljes alakja.

```
In[27]:= FullForm[a x + (b - d)^c]
Out[27]//FullForm= Plus[Power[Plus[b, Times[-1, d]], c], Times[a, x]]
```

Változók törlése

```
In[28]:= c = 6
Out[28]= 6

In[29]:= c
Out[29]= 6

In[30]:= Clear[c]
In[31]:= c
Out[31]= C

In[32]:= {a, b} = {f + 12 + g, "Hello"}
Out[32]= {12 + f + g, Hello}

In[33]:= {a, b}
Out[33]= {12 + f + g, Hello}

In[34]:= Clear[a, b]
```

In[35]:= **{a, b}**

Out[35]= {a, b}

Allandók

Pi

In[36]:= **π**

Out[36]= π

In[37]:= **Pi**

π

Out[37]= π

Out[38]= π

Euler szám

In[39]:= **E**

e

Out[39]= e

Out[40]= e

Végtelen

In[41]:= **Infinity**

∞

Out[41]= ∞

Out[42]= ∞

In[43]:= **∞ + ∞**

∞ - ∞

Out[43]= ∞

Infinity::indet : Indeterminate expression $-\infty + \infty$ encountered. >>

Out[44]= Indeterminate

In[45]:= **∞ ∞**

∞ / ∞

Out[45]= ∞

Infinity::indet : Indeterminate expression 0∞ encountered. >>

Out[46]= Indeterminate

```
In[47]:= 1∞
Infinity::indet : Indeterminate expression 1∞ encountered. >>
Out[47]= Indeterminate
```

Imaginárius

```
In[48]:= I
ii
Out[48]= ii
Out[49]= ii
```

Egyéb

```
In[50]:= GoldenRatio
EulerGamma
Out[50]= GoldenRatio
Out[51]= EulerGamma
In[52]:= 12 Degree
Out[52]= 12 °
```

Egész számok

Tetszőlegesen nagy egész számokkal dolgozhatunk (feltéve, hogy elég memória áll rendelkezésre a szám tárolására).

```
In[53]:= 100 !
765 626^4 + 125 377^4 + 999 877^4
917 (66 - 187)
Out[53]= 93 326 215 443 944 152 681 699 238 856 266 700 490 715 968 264 381 621 468 592 963 895 217 599 :
993 229 915 608 941 463 976 156 518 286 253 697 920 827 223 758 251 185 210 916 864 000 000 000 :
000 000 000 000 000
Out[54]= 1 343 365 901 046 070 185 398 658
Out[55]= 774 971 956 401 805 794 861
```

Racionális számok

In[56]:= $1 / 2 + 1 / 4 + 1 / 8 + 1 / 16 + 1 / 32$

$$\frac{1}{6} \frac{2+1}{4} - \frac{1}{7^{10}}$$

$$1 / 25^{1/2}$$

$$\text{Out}[56] = \frac{31}{32}$$

$$\text{Out}[57] = \frac{282\,475\,241}{2\,259\,801\,992}$$

$$\text{Out}[58] = \frac{1}{5}$$

Valós számok

Ezek valójában lebegőpontos számok.

In[59]:= 1.34×2.563

$$1.34 \times 10^{-17} / 2.563$$

$$\text{Out}[59] = 3.43442$$

$$\text{Out}[60] = 5.22825 \times 10^{-18}$$

A *Mathematica* alapból csak néhány tizedesjegyig írja ki az eredményt (ez globálisan állítható a beállításoknál). Egy szám numerikus értékét további tizedesjegyekre is megjeleníthetjük.

```
In[61]:= N[17711/10946]
N[17711/10946, 10]
N[Sqrt[2], 30]
N[π, 1000]

Out[61]= 1.61803
Out[62]= 1.618033985
Out[63]= 1.41421356237309504880168872421
Out[64]= 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089·
98628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359408128481117450·
28410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316·
52712019091456485669234603486104543266482133936072602491412737245870066063155881·
74881520920962829254091715364367892590360011330530548820466521384146951941511609·
43305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272·
48912279381830119491298336733624406566430860213949463952247371907021798609437027·
70539217176293176752384674818467669405132000568127145263560827785771342757789609·
17363717872146844090122495343014654958537105079227968925892354201995611212902196·
0864034418159813629774771309960518707211349999983729780499510597317328160963185·
95024459455346908302642522308253344685035261931188171010003137838752886587533208·
38142061717766914730359825349042875546873115956286388235378759375195778185778053·
2171226806613001927876611195909216420199
```

Figyeljük meg a különbséget

```
In[65]:= Sqrt[2]
Sqrt[2.]

Out[65]= √2
Out[66]= 1.41421
```

Komplex számok

```
In[67]:= Sqrt[-1]
Out[67]= I

In[68]:= (1 + 2 I) (3 - 5 I)
(1 + 2 I) / (3 - 5 I)

Out[68]= 13 + I
Out[69]= -7/34 + 11 I/34
```

Az egyenlőségjel értékadást jelent. Az értékadás bal oldaloldán áll a változó neve, jobb oldalán pedig az érték, amit a változóba el szeretnénk tárolni. Az utolsó sor gondoskodik a változó törléséről.

```

In[70]:= z = 3 + 4 I
Re[z]
Im[z]
Conjugate[z]
Arg[z]
Abs[z]
Clear[z]

Out[70]= 3 + 4 I
Out[71]= 3
Out[72]= 4
Out[73]= 3 - 4 I
Out[74]= ArcTan[4/3]
Out[75]= 5

In[77]:= ComplexExpand[(I + a) Exp[I + 3]]
ComplexExpand[(1 + 3 I)^1-2 I]
Out[77]= a e^3 Cos[1] - e^3 Sin[1] + I (e^3 Cos[1] + a e^3 Sin[1])
Out[78]= Sqrt[10] e^2 ArcTan[3] Cos[ArcTan[3] - Log[10]] + I Sqrt[10] e^2 ArcTan[3] Sin[ArcTan[3] - Log[10]]

In[79]:= ComplexExpand[(I + 1) Exp[I + 3]] // N
ComplexExpand[(1 + 3 I)^1-2 I] // N
Out[79]= -6.04913 + 27.7537 I
Out[80]= 19.0139 - 33.4208 I

```

Elémi függvények

```

In[81]:= ? Sqrt
? Exp
? Log
? Sin
? Cos

```

Sqrt[z] or \sqrt{z} gives the square root of z . >>

Exp[z] gives the exponential of z . >>

Log[z] gives the natural logarithm of z (logarithm to base e).

Log[b, z] gives the logarithm to base b . >>

Sin[z] gives the sine of z . >>

Cos[z] gives the cosine of z . >>

Kerekítés

Lefelé kerekítés.

```
In[86]:= Floor[1.1]
Floor[-1.1]
```

Out[86]= 1

Out[87]= -2

Felfelé kerekítés.

```
In[88]:= Ceiling[1.1]
Ceiling[-1.1]
```

Out[88]= 2

Out[89]= -1

Számrendszerök

```
In[90]:= BaseForm[104, 2]
BaseForm[104, 3]
BaseForm[104, 4]
BaseForm[12 777, 19]
```

Out[90]//BaseForm=
 1101000_2

Out[91]//BaseForm=
 10212_3

Out[92]//BaseForm=
 1220_4

Out[93]//BaseForm=
 $1g79_{19}$

Logika

A logika két értéke az igaz és a hamis.

```
In[94]:= False
```

```
True
```

```
Out[94]= False
```

```
Out[95]= True
```

Logikai függvények

Tagadás.

```
In[96]:= ! False
```

```
Not[True]
```

```
Out[96]= True
```

```
Out[97]= False
```

Az ÉS és VAGY műveletek.

```
In[98]:= True && True
```

```
And[False, True, True, False]
```

```
False || False
```

```
Or[False, False, True, False]
```

```
Out[98]= True
```

```
Out[99]= False
```

```
Out[100]= False
```

```
Out[101]= True
```

NAND, NOR, XOR, XNOR

```
In[102]:= Nand[False, True]
```

```
Nor[False, False]
```

```
Xor[True, False]
```

```
Xnor[False, False]
```

```
Out[102]= True
```

```
Out[103]= True
```

```
Out[104]= True
```

```
Out[105]= True
```

Implikáció és ekvivalencia

```
In[106]:= True  $\Rightarrow$  False
Out[106]= False

In[107]:= Implies[False, True]
Equivalent[False, True]

Out[107]= True

Out[108]= False
```

Igazságítáblázatok

Ez úgy működik, hogy a megadott formulát kiértékelni a változók minden lehetséges értékére.

A változók értéke a következő sorrendben adódik, például két változó (a, b) esetén:

$(0, 0), (1, 0), (0, 1), (1, 1)$.

Három változó (a, b, c) esetén:

$(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)$.

```
In[109]:= BooleanTable[a || b, {a, b}]
Out[109]= {True, True, True, False}

In[110]:= BooleanTable[a && b, {a, b}]
Out[110]= {True, False, False, False}

In[111]:= BooleanTable[Implies[a, b], {a, b}]
Out[111]= {True, False, True, True}

In[112]:= BooleanTable[Xor[a, b], {a, b}]
Out[112]= {False, True, True, False}

In[113]:= BooleanTable[And[a, Xor[b, c]], {a, b, c}]
Out[113]= {False, True, True, False, False, False, False}
```

Relációk, mint logikai értékű függvények

Operátoros alak

```
In[114]:= 2 == 3
2 ≠ 3
2 < 3
58 ≥ 96
3 > 2 > 1
1 ≤ 10 ≤ 5
! (3 == 3 && (5 < 2 || 6 > 2 || 5 < 0) && False)
```

Out[114]= False

Out[115]= True

Out[116]= True

Out[117]= False

Out[118]= True

Out[119]= False

Out[120]= True

```
In[121]:= 3 > 2 > 1
3 > 2 && 2 > 1
```

Out[121]= True

Out[122]= True

Függvény formalizmus

```
In[123]:= Less[a, b]
GreaterEqual[a, b]
Equal[a, b]
Not[Equal[a, b]]
```

Out[123]= a < b

Out[124]= a ≥ b

Out[125]= a == b

Out[126]= a ≠ b

Tesztfüggvények

```
In[127]:= EvenQ[11]
OddQ[11]

Out[127]= False
Out[128]= True

In[129]:= IntegerQ[12.2]
NumberQ[x]

Out[129]= False
Out[130]= False
```

Elágazások

If

```
In[131]:= If[True, a, b]
If[False, a, b]

Out[131]= a
Out[132]= b

In[133]:= If[2 > 3, Print["Kettő nagyobb, mint három"], Print["Kettő nemnagyobb, mint három"]]

Kettő nemnagyobb, mint három
```

Lista

A listákról általában

A *Mathematica* legfontosabb adattípusa a **lista**.

- A lista elemeit vesszővel választjuk el.
- Egy lista akármilyen elemet tartalmazhat, akár listát is.
- A lista egy eleme többször is szerepelhet a listában.
- A lista elemeinek sorrendje lényeges.

```
In[134]:= {}
{1}
{1, 2, 3}
{1, 2, {3, {4, 5}, 2}, 1, {1, 1, {1}}, {}}
{{}, {}, {}, {}}

Out[134]= {}

Out[135]= {1}

Out[136]= {1, 2, 3}

Out[137]= {1, 2, {3, {4, 5}, 2}, 1, {1, 1, {1}}, {}}

Out[138]= {{}, {}, {}, {}}
```

Lista létrehozása

Konstans lista

```
In[139]:= ConstantArray[a, 5]
ConstantArray[a, {5, 3}]

Out[139]= {a, a, a, a, a}

Out[140]= {{a, a, a}, {a, a, a}, {a, a, a}, {a, a, a}, {a, a, a}}
```

Számtani sorozat

```
In[141]:= Range[5]
Range[-3, 3]
Range[0, 10, 3]
Range[1, 0, -0.25]

Out[141]= {1, 2, 3, 4, 5}

Out[142]= {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}

Out[143]= {0, 3, 6, 9}

Out[144]= {1., 0.75, 0.5, 0.25, 0.}

In[145]:= Range[5, 0]
Range[5, 0, -1]

Out[145]= {}

Out[146]= {5, 4, 3, 2, 1, 0}
```

Többszintű listák, táblázatok létrehozása

```
In[147]:= Table[k, {k, 1, 10}]
Table[{{k, j}, {k, 1, 2}, {j, 1, 3}]
Table[{1, 2 k, k2, -1}, {k, 1, 5}]

Out[147]= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Out[148]= {{1, 1}, {1, 2}, {1, 3}}, {{2, 1}, {2, 2}, {2, 3}}}

Out[149]= {{1, 2, 1, -1}, {1, 4, 4, -1}, {1, 6, 9, -1}, {1, 8, 16, -1}, {1, 10, 25, -1}}
```

A lépésközöt is megadhatjuk, vagy adhatunk tetszőleges listát, amiből az értékeket veszi a változó.

```
In[150]:= Table[k, {k, 1, 2, 0.1}]
Out[150]= {1., 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.}

In[151]:= Table[{{a, b}, {a, {x, y, z}}, {b, {- $\pi$ , E, I, 12.5}}, {c, -1, 1}]
Out[151]= {{{{x, - $\pi$ }, {x, - $\pi$ }, {x, - $\pi$ }}, {{{x, e}, {x, e}, {x, e}}, {{{x, i}, {x, i}, {x, i}}}, {{{x, 12.5}, {x, 12.5}, {x, 12.5}}}, {{{y, - $\pi$ }, {y, - $\pi$ }, {y, - $\pi$ }}, {{{y, e}, {y, e}, {y, e}}, {{{y, i}, {y, i}, {y, i}}}, {{{y, 12.5}, {y, 12.5}, {y, 12.5}}}, {{{z, - $\pi$ }, {z, - $\pi$ }, {z, - $\pi$ }}, {{{z, e}, {z, e}, {z, e}}, {{{z, i}, {z, i}, {z, i}}}, {{{z, 12.5}, {z, 12.5}, {z, 12.5}}}}}
```

A negatív növekményt explicit ki kell írnunk.

```
In[152]:= Table[x, {x, 2, -2}]
```

```
Table[x, {x, 2, -2, -1}]
```

```
Out[152]= {}
```

```
Out[153]= {2, 1, 0, -1, -2}
```

Véletlen listák

Egyenletes eloszlású véletlen egész számok.

```
In[154]:= RandomInteger[5, 10]
```

```
RandomInteger[{-7, 5}, 10]
```

```
RandomInteger[{-3, 10}, {3, 10, 4}]
```

```
Out[154]= {0, 1, 0, 3, 4, 5, 4, 0, 1, 3}
```

```
Out[155]= {0, 1, 1, 2, -7, 4, 3, 2, -5, -4}
```

```
Out[156]= {{{-1, 3, 8, 9}, {7, 3, 6, 7}, {4, 3, -2, 7}, {7, -2, 1, -1}, {-3, 3, -3, 9}, {4, 2, 4, 5}, {9, 9, 6, -2}, {9, 5, 5, 4}, {6, 4, 7, 1}, {-1, 3, 2, 5}}, {{-3, 6, 10, 8}, {5, 6, 2, 9}, {9, 8, 6, -3}, {8, 10, 6, 8}, {6, -1, 1, -1}, {-2, 1, 6, 6}, {6, -2, 1, 4}, {8, -1, 0, 7}, {0, 10, 5, -1}, {5, 0, 6, 10}}, {{10, 3, 9, -2}, {-2, 8, 10, 8}, {-3, 4, 0, 7}, {0, 2, 2, -2}, {2, 2, 10, 10}, {0, 3, 7, 3}, {5, 1, 5, -2}, {-3, 10, 8, 8}, {1, -3, -2, 8}, {8, 9, 7, 3}}}}
```

Egyenletes eloszlású véletlen valós számok.

```
In[157]:= RandomReal[{-1, 1}, 10]
Out[157]= {0.831426, -0.920113, 0.810419, 0.576546,
0.371921, 0.666215, 0.107487, -0.766328, 0.368254, 0.616622}
```

Egyenletes eloszlású véletlen komplex számok.

```
In[158]:= RandomComplex[{-1 - 2 I, 2 + 3 I}, 5]
Out[158]= {-0.39994 + 1.11193 I, 1.91618 + 0.536247 I,
1.33386 + 0.957962 I, 0.609123 + 2.7298 I, -0.493736 + 2.09206 I}
```

Véletlen húzás a megadott listából visszatevéssel.

```
In[159]:= RandomChoice[{-3, 1, 101, 9, 0}, 10]
Out[159]= {-3, 0, 1, 101, 101, 0, 0, 9, 101, 0}
```

Lista generálása listából

Lista összefűzése

```
In[160]:= Join[{1, 2, 3}, {a, {b, c}, d}, {\alpha, \beta}]
Out[160]= {1, 2, 3, a, {b, c}, d, \alpha, \beta}
```

Lista kisimítása

```
In[161]:= Flatten[{{1, {2, {3}}}, {{4}}, {a, {b, {c}}}, {d}}]
Out[161]= {1, 2, 3, 4, a, b, c, d}
```

Descartes szorzat

```
In[162]:= Tuples[{1, 2, 3, 4}, 2]
Tuples[{1, 2}, 3]
Tuples[{{1, 2}, {a, b, c}, {\alpha, \beta, \gamma, \delta}}]
Out[162]= {{1, 1}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {2, 1}, {2, 2}, {2, 3},
{2, 4}, {3, 1}, {3, 2}, {3, 3}, {3, 4}, {4, 1}, {4, 2}, {4, 3}, {4, 4}}
Out[163]= {{1, 1, 1}, {1, 1, 2}, {1, 2, 1}, {1, 2, 2}, {2, 1, 1}, {2, 1, 2}, {2, 2, 1}, {2, 2, 2}}
Out[164]= {{1, a, \alpha}, {1, a, \beta}, {1, a, \gamma}, {1, a, \delta}, {1, b, \alpha}, {1, b, \beta}, {1, b, \gamma}, {1, b, \delta},
{1, c, \alpha}, {1, c, \beta}, {1, c, \gamma}, {1, c, \delta}, {2, a, \alpha}, {2, a, \beta}, {2, a, \gamma}, {2, a, \delta},
{2, b, \alpha}, {2, b, \beta}, {2, b, \gamma}, {2, b, \delta}, {2, c, \alpha}, {2, c, \beta}, {2, c, \gamma}, {2, c, \delta}}
```

Permutáció

```
In[165]:= Permutations[Range[3]]
Permutations[Range[3], 2]
Permutations[Range[3], {2}]

Out[165]= {{1, 2, 3}, {1, 3, 2}, {2, 1, 3}, {2, 3, 1}, {3, 1, 2}, {3, 2, 1}}
Out[166]= {{}, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 1}, {2, 3}, {3, 1}, {3, 2}}
Out[167]= {{1, 2}, {1, 3}, {2, 1}, {2, 3}, {3, 1}, {3, 2}}
```

Lista szűrése

Szűrés logikai függvény segítségével.

```
In[168]:= list = RandomInteger[100, 10]
Select[list, EvenQ]
Select[list, 10 < # < 70 &]

Out[168]= {56, 2, 74, 80, 91, 47, 51, 4, 20, 44}
Out[169]= {56, 2, 74, 80, 4, 20, 44}
Out[170]= {56, 47, 51, 20, 44}
```

Lista rendezése

```
In[171]:= Sort[list]
Sort[{"alma", "körte", "banán", "ananász", "szilva"}]

Out[171]= {2, 4, 20, 44, 47, 51, 56, 74, 80, 91}
Out[172]= {alma, ananász, banán, körte, szilva}
```

Lista szerkezete

Hossz (elemszám)

```
In[173]:= Length[{1, 3, {5}, {6, 5}}]
Out[173]= 4
```

Dimenzió

```
In[174]:= Dimensions[{{1, 2}, {3, 4}, {4, 5}}]
Out[174]= {3, 2}
```

Lista része

```
In[175]:= listA = {a, b, c, d, e, f};
listB = {{a, 1}, {a, 2}}, {{b, 1}, {b, 2}}, {{c, 1}, {c, 2}}};
Part[listA, 3]
Part[listA, {1, 3, 1, 2, 6}]
Part[listB, 3, 1]
Part[listB, 3, 1, 2]
listA[[2 ;; 5]]
listA[[1, 3, 1, 2, 6]]
listA[[1 ;; 6 ;; 2]]
listB[[2, 2]]
listB[[2, 2, 1]]
listA[[3 ;;]]
listA[[;; 3]]
listB[[1 ;; 2, 2, ;;]]
Clear[listA, listB]

Out[177]= C

Out[178]= {a, c, a, b, f}

Out[179]= {c, 1}

Out[180]= 1

Out[181]= {b, c, d, e}

Out[182]= {a, c, a, b, f}

Out[183]= {a, c, e}

Out[184]= {b, 2}

Out[185]= b

Out[186]= {c, d, e, f}

Out[187]= {a, b, c}

Out[188]= {{a, 2}, {b, 2} }

In[190]:= {{1, 3, 4}, 2, 3, 4}[[1, 2]]
{{1, 3, 4}, 2, 3, 4}[[1, 2]]

Out[190]= 3

Out[191]= 3
```

```
In[192]:= First[{a, b, c, d}]
Last[{a, b, c, d}]
```

Out[192]= a

Out[193]= d

Listákkal végezhető műveletek

Aritmetika

```
In[194]:= 3 + 2 {a, b, c}
```

{a, b, c}^3

1/{a, b, c}

Log[{a, b, c}]

Sin[{x, y}]

Out[194]= {3 + 2 a, 3 + 2 b, 3 + 2 c}

Out[195]= {a^3, b^3, c^3}

Out[196]= { $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ }

Out[197]= {Log[a], Log[b], Log[c]}

Out[198]= {Sin[x], Sin[y]}

```
In[199]:= {2, 3, 4} + {a, b, c}
```

{2, 3, 4} - {a, b, c}

{2, 3, 4}^{a, b, c}

{2, 3, 4} {a, b, c}

{2, 3, 4} / {a, b, c}

Out[199]= {2 + a, 3 + b, 4 + c}

Out[200]= {2 - a, 3 - b, 4 - c}

Out[201]= {2^a, 3^b, 4^c}

Out[202]= {2 a, 3 b, 4 c}

Out[203]= { $\frac{2}{a}, \frac{3}{b}, \frac{4}{c}$ }

```
In[204]:= {2, 3, 4} / {a, b, c, d}
```

Thread::tdlen : Objects of unequal length in {2, 3, 4} { $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ } cannot be combined. >>

Out[204]= {2, 3, 4} { $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ }

Lista elemeinek összege

```
In[205]:= Total[{a, b, c}]
```

```
Out[205]= a + b + c
```

Függvények

Függvények definiálása

Pontonkénti definíció

```
In[206]:= Clear[f]
```

```
f[0] := 1
```

```
f[1] := 3
```

```
In[209]:= ?f
```

Global`f

```
f[0] := 1
```

```
f[1] := 3
```

```
In[210]:= f[]
```

```
f[12]
```

```
f[0]
```

```
f[Range[3]]
```

```
Out[210]= f[]
```

```
Out[211]= f[12]
```

```
Out[212]= 1
```

```
Out[213]= f[{1, 2, 3}]
```

Általános definíció

```
In[214]:= Clear[f]
```

```
f[x_] := x + 1
```

```
In[216]:= ?f
```

Global`f

```
f[x_] := x + 1
```

```
In[217]:= f[0]
          f[1.5]
          f[x, y]
```

Out[217]= 1

Out[218]= 2.5

Out[219]= **f[x, y]**

Vegyes definíció

```
In[220]:= Clear[f]
          f[x_] := x + 1
          f[0] := 100
```

```
In[223]:= f[0]
          f[23]
```

Out[223]= 100

Out[224]= 24

Többváltozós függvények

```
In[225]:= ClearAll[f, g]
          f[x_, y_] := x + y
          g[a_, b_, c_] := a + b^c
```

```
In[228]:= f[a^x, b]
          g[b, a, x]
```

Out[228]= $a^x + b$

Out[229]= $a^x + b$

Az argumentum típusa

```
In[230]:= Head[1]
          Head[1/2]
          Head[1.2]
          Head[{1, 2, 3}]
```

Out[230]= **Integer**

Out[231]= **Rational**

Out[232]= **Real**

Out[233]= **List**

```
In[234]:= Clear[f]
```

```
f[x_Integer] := x + 1
f[x_Real] := x + 2
f[x_Rational] := x + 3
f[x_List] := x + 4
```

```
In[239]:= f[1]
```

```
f[1.2]
f[1/2]
f[{1, 2, 3}]
```

```
Out[239]= 2
```

```
Out[240]= 3.2
```

```
Out[241]= 7/2
```

```
Out[242]= {5, 6, 7}
```

Anonímusz függvények

Function

Elnevezhetjük a függényt, a két függvény definíció ekvivalens.

```
In[243]:= Clear[f]
```

```
f[_x] := x^2
f = Function[{x}, x^2]
```

```
Out[245]= Function[{x}, x^2]
```

```
In[246]:= f[3]
```

```
f[a + b]
```

```
Out[246]= 9
```

```
Out[247]= (a + b)^2
```

Vagy elnevezés nélkül is használhatjuk. (A másik megadással ez nem működne.)

```
In[248]:= Function[{x}, 3 x^2 + 5][12 + a]
```

```
Out[248]= 5 + 3 (12 + a)^2
```

Tiszta (pure) függvények

Itt a változónak nem adunk nevet.

```
In[249]:= Clear[f]
```

```
f = (#^2 + 1) &
```

```
Out[250]= #1^2 + 1 &
```

```
In[251]:= Trace@f[x]
Out[251]= { {f, #1^2 + 1 &}, (#1^2 + 1 &) [x], x^2 + 1, 1 + x^2}
```

Ha akarjuk még a függvénynek sem kell nevet adni.

```
In[252]:= Clear[f]
          (#^2 + 1) &[10]
Out[253]= 101
```

Több változó esetében.

```
In[254]:= Clear[f]
          f = (5 #1 + #2^2)^#3 &;
In[256]:= f[a, b, c]
Out[256]= (5 a + b^2)^c
```

Magasabb szintű listafüggvények

Map

```
In[257]:= Sin[{a, b, c, d}]
          Power[{a, b, c, d}, 2]
Out[257]= {Sin[a], Sin[b], Sin[c], Sin[d]}

Out[258]= {a^2, b^2, c^2, d^2}

In[259]:= Map[Sin, {a, b, c, d}]
Out[259]= {Sin[a], Sin[b], Sin[c], Sin[d]}

In[260]:= Clear[f]
          f[x_] := x^2;
          Map[f, {a, b, c}]
Out[262]= {a^2, b^2, c^2}

In[263]:= Map[#^2 &, {a, b, c}]
Out[263]= {a^2, b^2, c^2}

In[264]:= Select[RandomInteger[100, 100], 10 < # < 70 &]
Out[264]= {16, 47, 38, 23, 44, 12, 15, 16, 13, 50, 61, 51, 35, 33, 40, 31, 46, 29, 33,
           37, 52, 41, 40, 60, 62, 61, 14, 31, 56, 15, 32, 44, 44, 16, 13, 61, 28, 51,
           15, 32, 17, 33, 36, 13, 67, 30, 43, 63, 64, 53, 58, 22, 53, 52, 44, 37, 51}
```

Más írásmóddal:

```
In[265]:= #^2 & /@ {a, b, c}
Out[265]= {a^2, b^2, c^2}
```

Apply

```
In[266]:= Apply[f, {a, b, c, d}]
Out[266]= f[a, b, c, d]

In[267]:= Apply[Plus, {a, b, c, d}]
Out[267]= a + b + c + d
```

Más írásmóddal:

```
In[268]:= Times@@{a, b, c}
Out[268]= a b c
```

Egyenletmegoldás, szabályok

```
In[269]:= Solve[x + 2 == 5]
Out[269]= { {x → 3} }

In[270]:= a → b
Out[270]= a → b
```

Szabály alkalmazása

```
In[271]:= Clear[f]
ReplaceAll[x + 2 y + z, x → y + a]
Out[272]= a + 3 y + z
```

Rövidebben:

```
In[273]:= x2 /. x → (a + b)
Out[273]= (a + b)2

In[274]:= Solve[x2 + 2 x - 11 == 0, x]
Solve[x2 + 2 x - 11 == 0, x] /. x → 5
Out[274]= { {x → -1 - 2 √3}, {x → -1 + 2 √3} }
Out[275]= { {5 → -1 - 2 √3}, {5 → -1 + 2 √3} }
```

Integrálás, deriválás

```
In[276]:= D[x^2, x]
Integrate[x^2, x]
```

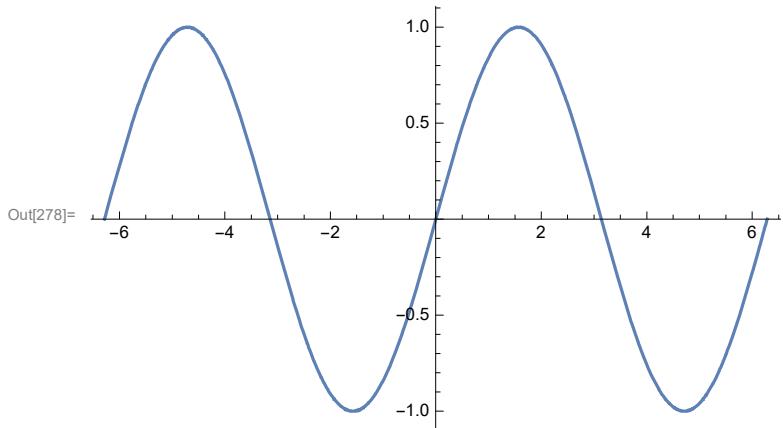
Out[276]= $2x$

Out[277]= $\frac{x^3}{3}$

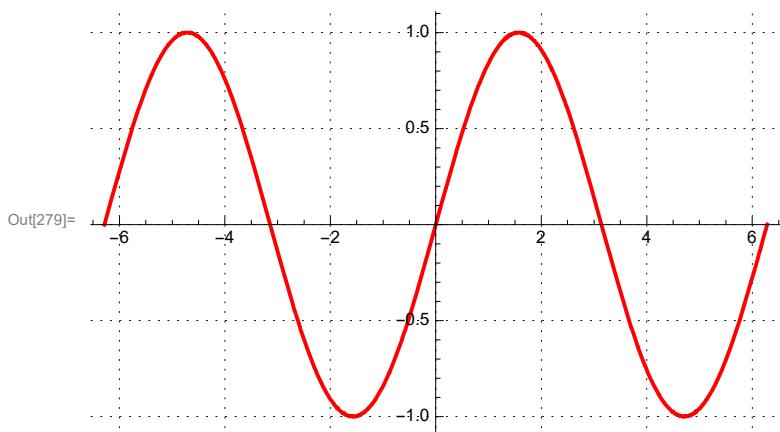
Grafika

Valós egy változós függvény ábrázolása

```
In[278]:= Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}]
```

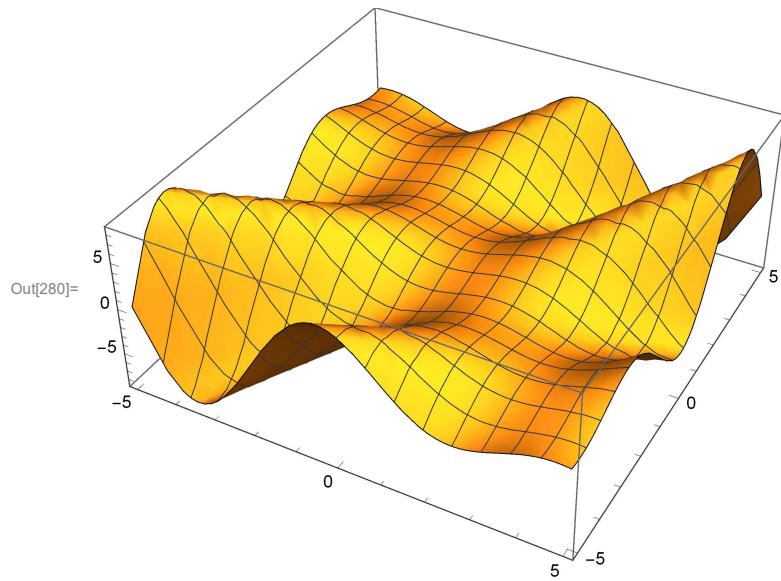


```
In[279]:= Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, PlotStyle -> {Thick, Red},
GridLines -> Automatic, GridLinesStyle -> Dotted]
```



Valós kétváltozós függvények ábrázolása

```
In[280]:= Plot3D[(x + y) Sin[x - y], {x, -5, 5}, {y, -5, 5}]
```



Lista elemeinek ábrázolása

```
In[281]:= Sin[Range[0, 2 π, 0.1]]
```

```
Out[281]= {0., 0.0998334, 0.198669, 0.29552, 0.389418, 0.479426, 0.564642, 0.644218,
0.717356, 0.783327, 0.841471, 0.891207, 0.932039, 0.963558, 0.98545,
0.997495, 0.999574, 0.991665, 0.973848, 0.9463, 0.909297, 0.863209,
0.808496, 0.745705, 0.675463, 0.598472, 0.515501, 0.42738, 0.334988,
0.239249, 0.14112, 0.0415807, -0.0583741, -0.157746, -0.255541, -0.350783,
-0.44252, -0.529836, -0.611858, -0.687766, -0.756802, -0.818277, -0.871576,
-0.916166, -0.951602, -0.97753, -0.993691, -0.999923, -0.996165, -0.982453,
-0.958924, -0.925815, -0.883455, -0.832267, -0.772764, -0.70554, -0.631267,
-0.550686, -0.464602, -0.373877, -0.279415, -0.182163, -0.0830894}
```

```
In[282]:= ListPlot[Sin[Range[0, 2 π, 0.1]]]
ListPlot[Sin[Range[0, 2 π, 0.1]], DataRange → {0, 2 π}]
ListLinePlot[{RandomReal[{-1, 1}, 100], RandomReal[{0.5, 2}, 100]}]
```

