

1. a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^{\frac{1}{n}} = ?$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+5+\dots+(4n-3))^n}{(2n^2+1)^n} = ?$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!} + (\sqrt{5})^{2n} + \binom{n}{2}}{n \cdot \sin(n!) + 4^n} = ?$

c) feladatban keressünk ε -hoz ill. K -hoz megfelelő n -indexet is!

2. Mutassuk meg, hogy az $a_1 = \frac{1}{4}$, $a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n}$, $n \geq 1$ rekurzív sorozat konvergens, és határozzuk meg a határértékét!

(Segítségként: $a_1=0,25$; $a_2=0,57$; $a_3=0,7$; $a_4=0,77$; $a_5=0,81$)

3. Hogyan kell az A és B valós paramétereket megválasztani ahhoz, hogy az $f(x) = \begin{cases} A \arctg(3x) + B \frac{x-1}{x+1}, & \text{ha } x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{x} \sin \sqrt{x} & \text{ha } x > 0 \end{cases}$ függvény minden $x \in \mathbb{R}$ esetén differenciálható legyen?

4. Írjuk fel az $f(x) = \sqrt{x} \ln \sqrt{x}$ érintőegyeneseinek egyenletét az $x_0 = e^2$ pontban!

5. $f(x) = \sin(1+x^3)$. Keressük meg azt a maximális $(-a, a)$ intervallumot, amelyre megszüntre $f(x)$ invertálható!

Írjuk fel $f(x)$ inverz függvénye deriváltjának képletét!

$$(f^{-1})' \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = ?$$

Pontozás: 5+3+3+3+3 = 17p