

**Analízis fizikusoknak, 1B. zh.**

2015-10-15. 8:15-9:45. T. 61-61

1 db A4 segédlap használható

1. Számítsa ki  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n-1}$  határértéket, majd igazolja azt a határérték definíciója alapján!
2. Számolja ki a következő határértékeket:  
a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n+5}}{n^\alpha - \sqrt[3]{n^2+1}}$ ,  $\alpha \in Q_+$  b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{\sqrt{n^2+n}-n}$
3. Az  $(a_n)$  sorozat tagjai a következő rekurziós képlettel vannak megadva:  
 $a_1 = 10$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$ ,  $n \in N^*$ .  
a) Igazolja indukcióval, hogy  $(a_n)$  csökkenő!  
b) Döntse el, hogy  $(a_n)$  konvergens-e, ha igen, akkor számítsa ki a határértékét.
4. Legyen  $f : [0; 4] \rightarrow R$ ,  $f(x) = \begin{cases} Ax^2 - 2x + 2 & \text{ha } x \in [0; 2] \\ 1 - x & \text{ha } x \in ]2; 4] \end{cases}$ .  
a) Határozza meg az  $A \in R$  értékét, amelyre  $f$  folytonos!  
b) Az így meghatározott értékkel ábrázolja a függvény grafikonját!
5. Határozza meg az  $f : R \setminus \{3\} \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{3-x}$  függvény aszimptotáit és ábrázolja a függvényt!

**Analízis fizikusoknak, 1B. zh.**

2015-10-15. 8:15-9:45. T. 61-61

1 db A4 segédlap használható

1. Számítsa ki  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n-1}$  határértéket, majd igazolja azt a határérték definíciója alapján!
2. Számolja ki a következő határértékeket:  
a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n+5}}{n^\alpha - \sqrt[3]{n^2+1}}$ ,  $\alpha \in Q_+$  b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{\sqrt{n^2+n}-n}$
3. Az  $(a_n)$  sorozat tagjai a következő rekurziós képlettel vannak megadva:  
 $a_1 = 10$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$ ,  $n \in N^*$ .  
a) Igazolja indukcióval, hogy  $(a_n)$  csökkenő!  
b) Döntse el, hogy  $(a_n)$  konvergens-e, ha igen, akkor számítsa ki a határértékét.
4. Legyen  $f : [0; 4] \rightarrow R$ ,  $f(x) = \begin{cases} Ax^2 - 2x + 2 & \text{ha } x \in [0; 2] \\ 1 - x & \text{ha } x \in ]2; 4] \end{cases}$ .  
a) Határozza meg az  $A \in R$  értékét, amelyre  $f$  folytonos!  
b) Az így meghatározott értékkel ábrázolja a függvény grafikonját!
5. Határozza meg az  $f : R \setminus \{3\} \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{3-x}$  függvény aszimptotáit és ábrázolja a függvényt!