Fizikus BSc képzés, analízis első zh 2013. október 21.
Munkaidő: 85 perc. Minden feladat 4 pont.

1. (a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{\cos\frac{2}{n}}-\sqrt{\cos\frac{1}{n}}\right)=?$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{2^n+n^3}\cdot\left(\frac{n^2-1}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}\right)^{\binom{n}{2}}\right)=?$

2. Mutassuk meg, hogy az $a_1=1; a_{n+1}=\frac{4}{4-a_n}$ $(n=1,2,\dots)$ rekurzív sorozat konvergens, és keressük meg a határértékét.

3. $f(x)=\sqrt[3]{22+4x^2+x^4}$ értelmezési tartománya, értékkészlete? Szorítsuk meg a (lehetséges legbővebb) $x_0=2$ pontot tartalmazó intervallumra úgy, hogy invertálható legyen. Mennyi az *inverz függvény* deriváltja a 3 pontban?

4. Írjuk fel $f(x)=(\ln(3x))^{\operatorname{tg}(\pi x)}+\frac{x^3\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+3}}$ érintőegyenesének egyenletét az $x_0=2$ pontban.

5. Tekintsük az $x^{2/5}+y^{2/5}=1;\ x\geq 0, y\geq 0$ implicit alakban megadott görbét. Milyen pont(ok)ban lesz az érintője párhuzamos az $y=-\frac{1}{2}x$ egyenessel?

Fizikus BSc képzés, analízis első zh 2013. október 21.
Munkaidő: 85 perc. Minden feladat 4 pont.

1. (a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{\cos\frac{2}{n}}-\sqrt{\cos\frac{1}{n}}\right)=?$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{2^n+n^3}\cdot\left(\frac{n^2-1}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}\right)^{\binom{n}{2}}\right)=?$

2. Mutassuk meg, hogy az $a_1=1; a_{n+1}=\frac{4}{4-a_n}$ $(n=1,2,\dots)$ rekurzív sorozat konvergens, és keressük meg a határértékét.

3. $f(x)=\sqrt[3]{22+4x^2+x^4}$ értelmezési tartománya, értékkészlete? Szorítsuk meg a (lehetséges legbővebb) $x_0=2$ pontot tartalmazó intervallumra úgy, hogy invertálható legyen. Mennyi az *inverz függvény* deriváltja a 3 pontban?

4. Írjuk fel $f(x)=(\ln(3x))^{\operatorname{tg}(\pi x)}+\frac{x^3\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+3}}$ érintőegyenesének egyenletét az $x_0=2$ pontban.

5. Tekintsük az $x^{2/5}+y^{2/5}=1;\ x\geq 0, y\geq 0$ implicit alakban megadott görbét. Milyen pont(ok)ban lesz az érintője párhuzamos az $y=-\frac{1}{2}x$ egyenessel?

Fizikus BSc képzés, analízis első zh 2013. október 21.
Munkaidő: 85 perc. Minden feladat 4 pont.

1. (a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{\cos\frac{2}{n}}-\sqrt{\cos\frac{1}{n}}\right)=?$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{2^n+n^3}\cdot\left(\frac{n^2-1}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}\right)^{\binom{n}{2}}\right)=?$

2. Mutassuk meg, hogy az $a_1=1; a_{n+1}=\frac{4}{4-a_n}$ $(n=1,2,\dots)$ rekurzív sorozat konvergens, és keressük meg a határértékét.

3. $f(x)=\sqrt[3]{22+4x^2+x^4}$ értelmezési tartománya, értékkészlete? Szorítsuk meg a (lehetséges legbővebb) $x_0=2$ pontot tartalmazó intervallumra úgy, hogy invertálható legyen. Mennyi az *inverz függvény* deriváltja a 3 pontban?

4. Írjuk fel $f(x)=(\ln(3x))^{\operatorname{tg}(\pi x)}+\frac{x^3\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+3}}$ érintőegyenesének egyenletét az $x_0=2$ pontban.

5. Tekintsük az $x^{2/5}+y^{2/5}=1;\ x\geq 0, y\geq 0$ implicit alakban megadott görbét. Milyen pont(ok)ban lesz az érintője párhuzamos az $y=-\frac{1}{2}x$ egyenessel?