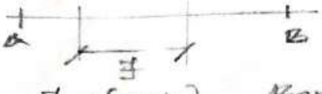
[[váltás windowsra: Ctrl + Alt + F6]]

INTERVALLUMON EGYENLETES MODELL:

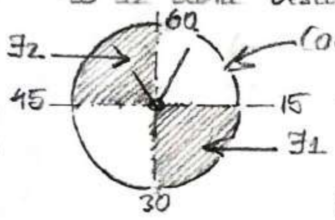


$$P(F) = \frac{F \text{ hossza}}{A, B \text{ közötti teljes hossz}}$$

$F \subseteq (A;B)$ Bonyolultabb halmazok valószínűségét a tanult számolási szabályok alapján határozzuk meg.

Példa:

Véletlen időpontban ránézünk az órára. Mi a valószínűsége, hogy a nagymutató az ábra besatírozott részén van?



(0;60)-on egyenletes eloszlás ← matematikai modell

Fontos: pontoknak 0 a valószínűsége !!!

$$P(F_1 \cup F_2) = P(F_1) + P(F_2) = \frac{15}{60} + \frac{15}{60} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

[[Számológép RND gombja (0;1) intervallumon egyenletes modellt követ]]

[[Ebben a modellben minden pontnak Ø a valószínűsége, σ algebrán tudunk valószínűséget értelmezni, nem minden pontban]]

FELTÉTELES VALÓSZÍNŰSÉG:

$P(A|B)$

A feltéve, hogy B teljesül

A és B események egy való életbeli véletlen jelenséghez kötődnek

"n" db egymásra nem ható kísérletet végzünk

n_A - val jelöljük A esemény bekövetkezéseinek számát

n_B —"— B —"—

$n_{A\cap B}$ —"— $A\cap B$ —"—

DEF: $P(A|B) \approx \frac{n_{A\cap B}}{n_B} = \frac{\frac{n_{A\cap B}}{n}}{\frac{n_B}{n}} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ = {Feltételes valószínűség valószínűsége}

megközelítőleg

Példa:

2 kockával dobunk, egy pirossal és egy kékkel

Mi a feltételes valószínűsége, hogy $P(\underbrace{\text{piros kockán } 4}_{A} \mid \underbrace{\text{piroson eredmény} < \text{kéken eredmény}}_{B})$

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(\text{piroson } 4 \cap \text{piroson} < \text{kéken})}{P(\text{piroson} < \text{kéken})}$$

↳ kimenetelek:

PK	PK	PK	PK	PK	PK
11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

B: $p<k \rightarrow P(B) = \frac{15}{36}$

A: $p=4 \rightarrow P(A) = \frac{6}{36}$

$A\cap B = 2 \rightarrow P(A\cap B) = \frac{2}{36}$

$$P(A|B) = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{15}{36}}$$

$$\underbrace{P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}}_{\text{DEF szerint}} \quad ((P(B) \neq \emptyset))$$

$\boxed{\text{SZORZATSZABÁLY}}$: $P(A\cap B) = P(B)\cdot P(A|B) = P(A)\cdot P(B|A)$

4 eseményre felírva $P(A_1\cap A_2\cap A_3\cap A_4) = P(A_1)\cdot P(A_2|A_1)\cdot P(A_3|A_1\cap A_2)\cdot P(A_4|A_1\cap A_2\cap A_3) =$

$$\frac{P(A_1\cap A_2)}{P(A_1)} \quad \frac{P(A_1\cap A_2\cap A_3)}{P(A_1\cap A_2)} \quad \frac{P(A_1\cap A_2\cap A_3\cap A_4)}{P(A_1\cap A_2\cap A_3)}$$

$= P(A_2)\cdot P(A_1|A_2)\cdot P(A_3|A_1\cap A_2)\cdot P(A_4|A_1\cap A_2\cap A_3)$

PÉLDA:

urnában 1 db kék, 4 db zöld, 5 db sárga golyó (3-mat veszünk ki visszatevés nélkül)

$P(\underbrace{1.\text{ húzás zöld}}_{1z}\text{ és }\underbrace{2.\text{ húzás sárga}}_{2s}\text{ és }\underbrace{3.\text{ húzás zöld}}_{3z}) = P(1z)\cdot(2s|1z)\cdot P(3z|1z\cap 2s) =$

$= \frac{4}{12}\cdot\frac{5}{11}\cdot\frac{3}{10}$

TELJES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE:

- $H_1, H_2, \dots H_k$ teljes eseményrendszert alkot, ha páronkant diszjunktak ($H_1 \cap H_2 = \emptyset$) és az uniójuk kiadja a teljes eseményteret. ((~mindig pontosan az egyikük következik be))

Ω: $H_1 \mid H_2 \mid \dots \mid H_k$; A

- A tetszőleges eseménynél $P(A\cap H_1)+P(A\cap H_2)\dots+P(A\cap H_k) =$
$= P(H_1)\cdot P(A|H_1)+P(H_2)\cdot P(A|H_2)\dots + P(H_k)\cdot P(A|H_k)$

BAYES TÉTEL:

((a feltételek az előzőekkel megegyeznek))

- $H_1, H_2, \dots H_k$ teljes eseményrendszert alkot
- A tetszőleges esemény

$P(H_i|A) = \frac{P(H_i \cap A)}{P(A)} \overset{\text{szorzatszabály}}{=} \frac{P(H_i)\cdot P(A|H_i)}{P(H_1)\cdot P(A|H_1)+P(H_2)\cdot P(A|H_2)+\dots+P(H_k)\cdot P(A|H_k)}$

$(P(H_i) \neq \emptyset)$ teljes valsz. tétele Bayes tétel megcseréli a feltételeket!

PÉLDA:

Egy ketyere gyárban A, B, C gépsorokon állítják elő a ketyeréket. Az A gépsoron a ketyerék 25%-a, a B gépsoron a ketyerék 35%-a, és a C gépsoron a ketyerék 40%-a készül. Az A gépsoron a ketyerék 5%-a lesz hibás, a B gépsoron a ketyerék 4%-a lesz hibás, a C gépsoron pedig a ketyerék 2%-a lesz hibás.

a) Mi a valószínűsége, hogy a holnapi 1. termék hibás?

b) Tegyük fel, hogy a hibás termékeket egy kupacba gyűjtik a gyár közepén, ebből kiveszünk 1-et véletlenszerűen. Mi a valószínűsége, hogy ezt a B gépsoron gyártották?

H_A – holnapi 1. terméket az A gépsoron gyártották

H_B ——— " ——— B ——— " ———

H_C ——— " ——— C ——— " ———

A_b esemény = {holnapi 1. termék hibás}, A_a = {hibás 1 termék}

a): $P(A_b) = ?$ $P(H_A)\cdot P(A|H_A)+P(H_B)\cdot P(A|H_B)+P(H_C)\cdot P(A|H_C) =$
$= 0{,}25\cdot 0{,}05 + 0{,}35\cdot 0{,}04 + 0{,}4\cdot 0{,}02$

b): $P(A_a) = ?$ $P(H_B|A_a) = \frac{0{,}35\cdot 0{,}04}{0{,}25\cdot 0{,}05 + 0{,}35\cdot 0{,}04 + 0{,}4\cdot 0{,}02}$

Szemléltető példa:

Orvosi diagnosztikában:

1 egyén (tünetmentes is lehet) véletlenszerűen → szűrővizsg.

A = {teszt pozitív}

$P(\text{egyén beteg}) = 0{,}001$

$P(\text{teszt pozitív}|\text{egyén beteg}) = 0{,}998$

$P(\text{teszt pozitív}|\text{egyén nem beteg}) = 0{,}005$

H_1 = (egyén beteg)

H_2 = (egyén nem beteg)

$P(\text{egyén beteg}\,|\,\text{teszt pozitív}) = P(H_1|A)$

Pozitív teszt esetén mi a valószínűsége, hogy az egyén beteg?

$P(H_1|A) = \frac{P(H_1)\cdot P(A|H_1)}{P(H_1)\cdot P(A|H_1)+P(H_2)\cdot P(A|H_2)} = \frac{0{,}001\cdot 0{,}998}{0{,}001\cdot 0{,}998 + 0{,}999\cdot 0{,}005} = 0{,}16$

használd excelnél „ha" függvénnyel

cellatart. kijelöl + F2 → ctrl + shift + enter (vektor értékű függvény előtt)

Gyakoriságnál

((következő héten Simpson paradoxon))