PÉLDA:

Urna: 3 db kék, 4 db zöld, 3 db piros
Mi a valószínűsége, hogy az 2. húzás kék? (visszatevés nélkül)

1. húzás kék: 1K } teljes eseményrendszert alkotnak
1. húzás nem kék: 1NK

↳ teljes valószínűség formulája (numerikus válasz)

$$\underbrace{P(1K)}_{\frac{3}{10}}\cdot \underbrace{P(A|1K)}_{\frac{2}{9}} + \underbrace{P(1NK)}_{\frac{7}{10}}\cdot \underbrace{P(A|1NK)}_{\frac{3}{9}} = \frac{3}{10}\cdot \overbrace{\left(\frac{2}{9}+\frac{7}{9}\right)}^{1} = \boxed{\frac{3}{10}} = (P(1K))$$

mert a sorrend nem számít, vagyis a számítás szempontjából a 2. húzás egyenértékű az első húzással

FÜGGETLENSÉG (2 esemény esetén)

feltételes valószínűség: $P(A|B) \overset{\text{DEF.}}{=} \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

1.) $\boxed{A \text{ és } B \text{ független, ha } P(A|B)=P(A)}$ ((szemléletes, de nem szimmetrikus definíció))

⇕ (ekvivalens (feltéve, hogy $P(B)\neq 0$))

2.) $\boxed{A \text{ és } B \text{ események függetlenek, ha } P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)}$,

3.) $\boxed{A \text{ és } B \text{ események függetlenek, ha } P(B|A)=P(B)}$ ((1.)-ből levezethető, szimmetrikus))

PÉLDA:

Piros és kék kockával dobunk

A = {kék 4-es}
B = {dobott számok összege = 7}
C = {mindkét kockán páratlant dobunk}

B és C függetlenek? → B feltétele, hogy pontosan 1 kocka páratlan → B és C kizáró események

$\underbrace{P(B\cap C)}_{\emptyset}\neq P(B)\cdot P(C)$

A és B esemény?

Felvéve a teljes eseményteret:

KP	KP	KP	KP	KP	KP
11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

B, A

$$\underbrace{P(A\cap B)}_{\frac{1}{36}} = \underbrace{P(A)}_{\frac{6}{36}}\cdot \underbrace{P(B)}_{\frac{6}{36}} = \frac{1}{6}$$

ekvivalens definíciók függetlenségre:

4.) $\boxed{P(\bar{A}\cap B)=P(\bar{A})\cdot P(B)}$
5.) $\boxed{P(A\cap \bar{B})=P(A)\cdot P(\bar{B})}$
6. $\boxed{P(\bar{A}\cap \bar{B})=P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})}$

FÜGGETLENSÉG 3 esemény esetén: (van benne redundancia)

DEF: A, B, C események függetlenek, ha:

$$\left.\begin{aligned}
P(A\cap B\cap C)&=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)\\
P(\bar{A}\cap B\cap C)&=P(\bar{A})\cdot P(B)\cdot P(C)\\
P(\bar{A}\cap \bar{B}\cap C)&=P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})\cdot P(C)\\
P(\bar{A}\cap \bar{B}\cap \bar{C})&=P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})\cdot P(\bar{C})\\
P(A\cap \bar{B}\cap C)&=P(A)\cdot P(\bar{B})\cdot P(C)\\
P(A\cap \bar{B}\cap \bar{C})&=P(A)\cdot P(\bar{B})\cdot P(\bar{C})\\
P(A\cap B\cap \bar{C})&=P(A)\cdot P(B)\cdot P(\bar{C})
\end{aligned}\right\}$$ 8 db, mindegyiknek teljesülnie kell!

Állítás: ha A, B, C függetlenek, akkor páronként is függetlenek (visszafelé nem igaz, vagyis a páronkénti függetlenségből nem következik a 3-mas függetlenség)

PÉLDA:

2-szer feldobunk egy érmét
$A = \{1. \text{ fej}\}$
$B = \{2. \text{ fej}\}$
$C = \{\text{egyforma a két dobás}\}$

FF	FI
IF	II

$\underbrace{P(A\cap C)}_{\frac{1}{4}} = \underbrace{P(A)}_{\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{P(C)}_{\frac{1}{2}}$ ✓

→ A és B függetlenek, B és C függetlenek

$\underbrace{}$ A, B, C együtt ⌀ függetlenek

$\frac{1}{4} = P(A\cap B\cap C) \neq P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$

NEVEZETES ELOSZLÁSOK:

Valószínűségi változó: véletlen szám ((szám értékű véletlen))

pl.: X egy kockadobás eredménye

$P(X=1)=\frac{1}{6}$; $P(X=2)=\frac{1}{6}$; ...; $P(X=6)=\frac{1}{6}$

Ha megadtuk az események valószínűségét, megadtuk a valószínűségek eloszlását, vagyis mit, milyen valószínűséggel vesz fel

PÉLDA:

Nagy populációban minden 5. ember zöld szemű, 4 embert véletlenszerűen kiválasztunk (mindenkit többször is választhatunk, visszatevéses)

Mi a valószínűsége, hogy pontosan 2db zöldszemű lesz?

$P(\text{pontosan 2 zöldszemű}) = \underbrace{P(1z \text{ és } 2z \text{ és } 3nz \text{ és } 4nz)}_{\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\right)} + \underbrace{P(1z \text{ és } 2nz \text{ és } 3nz \text{ és } 4nz)}_{\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}\right)} +$

((visszatevés nélküli példa relaxálva a következő óráig))

$+ \underbrace{P(\ldots\ldots)}_{\frac{1^2\cdot 4^2}{5}} + \ldots = \binom{4}{2}\cdot\frac{1^2}{5}\cdot\frac{4^2}{5}$ ← Binomiális eloszl.

↳ összesen $\binom{4}{2}$ db ilyen tag van

1.) BINOMIÁLIS ELOSZLÁS:

$X \sim$ binomiális
↑ eloszl.

(A „p" valószínűségű „A" eseményre „n" db független kísérletet végzünk.
„X" a sikeres kísérletek száma) ← absztrakt

$$\boxed{\begin{array}{l} P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k} \\ k=0;1;\ldots;n \quad X\sim \text{binom}(n;p) \end{array}}$$

↑↑ paraméterek

PÉLDA:

200 férőhelyes rep. gépre 202 db repjegyet adunk el. Minden repjegy vásárló egymástól függetlenül $P=0{,}03$ valószínűséggel marad otthon.

Mi a valószínűsége, hogy 200-nál több utas jön el a repülőútra? (Hogy gubanc lesz?)

X a megjelent utasok száma

$X\sim \text{binom}(202; 0{,}97)$

$P(X>200) = P(X=201) + P(X=202) = \binom{202}{201}\cdot 0{,}97^{201}\cdot 0{,}03^{1} + \binom{202}{202}\cdot 0{,}97^{202}\cdot \underbrace{0{,}03^{0}}_{1}$

math.bme.hu/~koitomi/ep22021osz harmadikgyak.html

↳ Repülőgép előkészített file.xlsx

C3: f(x): binom.eloszl.

3.) súlyfüggvénnyel (1 - binom.eloszl.)
sikeresek: 200
kísérletek: A3
siker_valsz: 1-B3
eloszlásfv: igaz

1.) sikeresek: 201
kísérletek: A3
siker_valsz: 1-B3
eloszlásfv: hamis ($F_X = P(X\leq x)$)
((igaz esetén súlyfügg.)) $(P_X = k)$
↳ 0,01329...

2.) 202
A3
1-B3
hamis
↳ 0,002128...

→ Σ = 0,01541...

↳ gubanc valószínűségét értékparaméterenként tekerésztem

'21.09.29.

MAT EP3

Matematikai Statisztika: 2 féle zaj megkülönböztetése
(a modelltől való eltérés indokolható-e véletlennel, vagy az a gond, hogy nem igaz a nullhipotézis)

Statisztika korlátja: Simpson paradoxon
↳ math.bme.hu/~kozitomi/ep2201az harmadikgyak.html
↳ excel segédanyag (lányokfiuk.xlsx)

PÉLDA:

A, B egyetem: hallgatók sikeressége; neme
Ø - nem sikeres Ø férfi
1 - sikeres 1 nő

→ Nemnek van-e hatása a sikerességre?
Szignifikáns-e az eltérés, diszkriminálják-e a nőket?
↳ Összesítésben a férfiak a sikeresebbek, de egyes egyetemeken a nők jobban állnak. } Simpson paradoxon
Hogyan lehet ez? → B egyetem nehéz egyetem (kevesebb a teljesítő)

Összesítve: a fiúk 55% sikeres
A egyetemen 67%
B egyetemen 20%
a lányok 50%-a sikeres
A egyetemen 100%
B egyetemen 25%

és a nők inkább a nehéz egyetemre mentek (6 ból 4 lány)
a fiúk 3/4-e a könnyebb egyetemre járt, míg a lányok 2/3-a a nehezebbre, ez eltorzítja a statisztikát