Házi feladat I.

Papíron megoldandó feladat 1 (5 pont): A tapasztalat azt mutatja, hogy a menzán kitett poharak élettartama (amíg nem törik el) nagyon jól modellezhető a következő eloszlásfüggvényű folytonos eloszlással:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{1}{2}x} & x > 0 \end{cases} \tag{1}$$

Szeptember 1-én kitesznek 20 új poharat.

(a) Mi a valószínűsége, hogy egy kiválasztott pohár a következő évben törik el (veheted úgy, hogy az év $\frac{1}{3}$-a van még hátra)?

(b) Mi a valószínűsége, hogy a kitett poharak közül pontosan három törik el a kitevés évében?

Megjegyzés: A feladatban használt eloszlás is nevezetes: exponenciális eloszlás. A Wikipédia honlapon olvashatjátok az exponenciális eloszlást jellemző (ez az egyetlen folytonos eloszlás ami rendelkezik ezzel a tulajdonsággal) nagyon fontos tulajdonságot: az eloszlás örökifjú. Ha egy dolog élettartama exponenciális eloszlást követ akkor ha tudjuk róla, hogy t ideig nem romlott el és ezen tudás birtokában azt kérdezzük, hogy mi annak a (feltételes) valószínűsége, hogy még további s ideig nem romlik el akkor ez a (feltételes) valósznűség ugyanannyi mintha egy új példányról kérdeznek azt (feltétel nélkül), hogy mi annak a valószínűsége s ideig nem romlik el. A poharak élettartamára jól ráillik az örökifjúság.

Papíron megoldandó feladat 2 (5 pont): Egy kockával addig dobok, amíg a dobott számok összege eléri a 4-et (vagyis ha egy dobás után a dobott számok összege 4 vagy nagyobb lesz akkor nem dobok többet). Jelölje X az ehhez szükséges dobások számát.

(a) Határozd meg X súlyfüggvényét (vagyis határozd meg, hogy milyen értékeket milyen valószínűséggel vesz fel X)!

(b) Határozd meg X várható értékét!

(c) Határozd meg X szórását!

EXCEL feladat (10 pont): Vendéglőnk 30 férőhelyes. Időnként különleges ismerkedős vacsora estet szervezünk egyedülállóknak. Nem szokott mindenki eljönni aki jegyet vált. Tapasztalatból tudjuk, hogy minden jegyet váltó személy egymástól függetlenül $\frac{1}{10}$ valószínűséggel végül nem jön el. Így 16 férfi és 16 női jegyet adunk el az est előtt.

(a) Jelölje Z a megjelenő vendégek számát. Add meg Excel-ben táblázatos formában a Z valószínűségi változó eloszlását (a táblázat első oszlopában a lehetséges értékek míg a második oszlopban az értékekhez tartozó valószínűségek álljanak). Az eloszlást szemléltesd az órán látottakhoz hasonlóan oszlopdiagrammon. Végül add meg numerikusan, hogy mi annak a valószínűsége, hogy pótasztalt kell beállítani!

(b) Azért, hogy elmélyedjen az elméleti számolás és a szimuláció közti kapcsolat szimulációval is közelítsd a pótasztal szükségességének a valószínűségét. Ehhez először érts meg, hogy a =Ha(Vél()>0,1;1;0) függvénykompozíció azt szimulálja, hogy egy jegyet vett vendég eljön-e vagy sem (1 a végeredmény ha eljön). Ezután nyiss egy új munkalapot. Az első sor első 32 cellájába másold be a megadott függvényt majd a 33. cellába számold ki az összegüket. Ezután az egész sort másold le még 1999-szer. A látottakat úgy értékelhetjük, hogy 2000 kísérletet végeztünk arra vonatkozólag, hogy hányan jönnek el az estre. Végül a kísérleti eredményekre támaszkodva adj közelítést a pótasztal szükségességének valószínűségére.

(c) Időközben rájövünk, hogy az igaz ugyan, hogy minden jegyet váltó férfi $\frac{1}{10}$ valószínűséggel nem jön el, de a nők esetén egy kicsit más a helyzet, ők $\frac{1}{8}$ valószínűséggel nem jönnek el. Először másold át egy új (harmadik) munkalapra a (b) megoldását majd módosítsd azt úgy, hogy a szimuláció vegye figyelembe a férfiak és a nők eltérő viselkedését.

Megjegyzés: Itt csak azt kérem, hogy szimulációval közelítsd a pótasztal szükségességének a valószínűségét. Az elméleti számolást legegyszerűbben arra alapozva tudnád elvégezni, hogy a megjelenő vendégek Z számára igaz, hogy $Z = X + Y$, ahol X illetve Y a megjelent férfi illetve női vendégek száma (X és Y függetlenek).

Beadási határidő: november 10, 17:15

Jó munkát kívánok!