

10. feladatsor

1. Egy mérési sorozat eredménye: 2,4,5,5. Adja meg a várható érték és a szórásnégyzet torzítatlan becslését.
2. Egy automata gép 200 mm hosszúságú pálcikákat készít. Előzetes adatfelvételből tudjuk, hogy a gép által gyártott termékek hossza normális eloszlású valószínűségi változó, 3 mm szórással. Az $n=16$ elemű minta elemeinek hosszmerete: 193, 195, 198, 201, 204, 196, 196, 196, 203, 199, 193, 198, 191, 191, 198, 200. Adja meg a 95%-os megbízhatósági szinthez tartozó konfidencia intervallumot. Készítse el az empirikus eloszlásfüggvényt.
3. Egy vegyület hidrogén tartalmának vizsgálatára 12 mérést végeztünk. A mérési adatok átlagára 3,25%-ot kaptunk. Tegyük fel, hogy a szórást ismert 0,3%. Számítsa ki a várható értékre vonatkozóan a 96%-os szintnek megfelelő konfidencia-intervallumot. Adja meg az intervallum hosszát. Hány mérést kell végezni ahhoz, hogy ha azt szeretnénk, hogy a konfidencia intervallum hossza a felére csökkenjen.
4. Egy tó vizének szennyezettségére a víz forráspontjából akarnak következtetni. A tó 10, véletlenszerűen kiválasztott részéből vett vízminta esetén az elméleti forráspontról a következő eltéréseket tapasztalták (°C)

0,2 1 -1,2 -0,7 1,1 0,3 -0,3 1,5 3,7 -1,3

Feltéve, hogy a valószínűségi változó normális eloszlású 1,4 szórással. Adjon meg 95%-os szinten megbízhatósági intervallumot a várható értékre nézve.

5. Bizonyos ón-ólom ötvözet ξ olvadáspontjának meghatározásra 24 véletlenszerűen kiválasztott mintadarabon mérést végeztek. (°C)

330	328,6	342,4	334	337,5	341	343,3	329,5
322	331	336,4	326,5	327,3	338	331	332,3
345	338,5	329,7	325,8	322,6	333	339,2	340

Készítsen hisztogramot. Adjon becslést a várható értékre és a szórássra.

6. Az $(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ egy $[0,2t]$ intervallumban egyenletes eloszlású statisztikus sokaságból vett véletlen minta. Az alábbi statisztikák közül melyiket használná az ismeretlen t paraméter becslésére? Válaszát indokolja!

$$a.) \eta_1 = \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4}{4}, \quad b.) \eta_2 = \xi_1 + \xi_2 \quad c.) \eta_3 = \frac{2\xi_1 + 3\xi_2 + \xi_3 + 4\xi_4}{10}$$

7. Vészhelyzetet szimulálva mérték egy veszélyes munkahely kiürítéséhez szükséges időt [s]. Az alábbi 21 elemű mintát áll rendelkezésre.

325	334	339	356	359	363	364
366	369	370	373	374	375	389
392	393	394	397	402	403	424

- a.) Számoljuk ki a mintaközepet, a mediánt, a tapasztalati szórást, a korrigált empirikus szórást, a minta terjedelmét.
- b.) Hogyan változnak, ha elhagyjuk a 424-es értéket?
- c.) A mért értékek hány %-a esik a mintaközép 1 szórásnyi környezetébe?
- d.) Hogyan becsülhetjük az egyes mérések hibáját?
- e.) Hogyan változnak a kiszámolt értékek, ha más mértékegységre térünk át.
- f.) Készítsünk gyakoriság és sűrűség hisztogramokat, számoljuk ki az összes téglalap területének összegét.
8. Egy tízfős hallgatói csoport testmagasságának átlaga 168 cm. Csatlakozik a csoporthoz egy 195 cm magas hallgató. Mekkora lesz a magasságátlag?
9. A 21 fős hallgatói csoport átlagos magassága 168 cm. Csatlakozik a csoporthoz egy 195 cm magas hallgató. Hogyan változik a csoport átlagos magassága?
10. A 21 fős csoport átlagos magassága 168 cm. Hány cm magas hallgatónak kell a csoporthoz csatlakozni, hogy az átlag magasság 2 cm-mel növekedjen?
11. A munkaügyi statisztikával foglalkozó hivatal havonta kiszámítja az átlagos órabérek a gazdálkodó egységek által bejelentett adatok alapján. Kiszámolják az összes kifizetett bért, és elosztják a ledolgozott órák teljes számával. Recesszió idején az átlag órabér tipikusan emelkedik Ha véget ér a recesszió, az órabérek átlaga csökkenni kezd. Hogyan lehetséges ez?
12. A HÖÖK azt javasolja, hogy minden hallgató ösztöndíja emelkedjen 1000 forinttal. Hogyan befolyásolja ez az átlag ösztöndíjat és a szórást? Mi a helyzet, ha 5 %-os ösztöndíjemelést javasolnak?
13. Egy félvezető gyártás során az egymást követő kilenc adagban az alábbi hőmérsékleteket mérték: 953, 950, 948, 955, 951, 949, 957, 954, 955 (°F)
- a. Határozza meg a mediánt, a mintaközepet, az empirikus szórást.
- b. Mi lesz a medián, a minta közép és az empirikus szórás értéke, ha a hőmérséklet értékeket átváltjuk Kelvin-, Celsius fokra ($F=9/5C+32$) ?
14. Az egyetemre beiratkozott első éves hallgatók körében melyik nagyobb: az átlagos életkor, vagy az életkorok mediánja?
15. Igazolja, hogy $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$