

3. Feladatsor

I. Feltételes valószínűség, események függetlensége, teljesen független események

1. Két ritka fertőzés mindegyikének előfordulási valószínűsége 10^{-6} . Mit tudunk mondani annak a valószínűségéről, hogy:

- legalább az egyik,
- mind a kettő előfordul?

2. Határozza meg az alábbi táblázat alapján, hogy melyik esetben független az A és B esemény:

	P(A)	P(B)	P(A+B)
1. eset	0,1	0,9	0,91
2. eset	0,4	0,6	0,76
3. eset	0,5	0,3	0,73

3. Egy adott népesség vércsoportjának eloszlását adja meg az alábbi táblázat

	A	B	AB	0
Rh+	34%	9%	4%	38%
Rh-	6%	2%	1%	6%

A táblázat alapján válaszoljon az alábbi kérdésekre:

Mi annak a valószínűsége, hogy egy találmásra kiválasztott személy vércsoportja 0-ás?

Mi annak a valószínűsége, hogy egy találmásra kiválasztott személy vércsoportja Rh- ?

Mi annak a valószínűsége, hogy egy házaspár mindkét tagja Rh-?

Mi annak a valószínűsége, hogy egy találmásra kiválasztott személy Rh-, ha 0 vércsoportú?

Milyen feltételezést, összefüggést használt a számításhoz?

4. Tekintsük azt a kísérletet, amelyben kockával kétszer dobunk egymás után. Legyen

$A = \{\text{az első dobás eredménye páros szám}\}$

$B = \{\text{a második dobás eredménye páratlan szám}\}$

$C = \{\text{mind a két dobás eredménye páros, vagy páratlan}\}$

Teljesen független-e a három esemény?

5. Egy évfolyam hallgatóinak 25% matematikából, 15%-a fizikából és 10%-a matematikából és fizikából jelesre vizsgázott. Mi a valószínűsége annak, hogy egy találmásra kiválasztott hallgató

a.) osztályzata matematikából jeles, ha fizikából jeles;

b.) fizikából jeles az osztályzata, ha matematikából jeles;

c.) legalább az egyik tárgyból jeles az osztályzata?

6. Egy hallgató 0.9 valószínűséggel látogatja a statisztika gyakorlatot. Ha bejött az egyetemre, akkor egyenlő valószínűséggel vehet részt három párhuzamosan tartott gyakorlat (teremben) valamelyikén. Mi a valószínűsége, hogy a harmadik teremben megtaláljuk, ha az első kettőben nem volt?

7. Bizonyítsuk be, hogy ha $P(A) = 0.7$ és $P(B) = 0.8$, akkor $P(A|B) \geq 0.625$.

8. Vegyszerrel szúnyogirtást végeznek. Az első permetezés után a szúnyogok 80%-a elpusztul, de az életben maradtokban annyi ellenálló-képesség fejlődik ki, hogy a második

permetezéskor már csak az életben maradt szúnyogok 40%-a pusztul el, a harmadik irtáskor pedig csak 20%-uk. Mi a valószínűsége annak, hogy egy szúnyog túléli mindhárom permetezést?

9. Egy kockát kétszer feldobnak.

a) Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 7 lesz?

b) Ha az első dobás eredményeül páros szám adódik, mi a valószínűsége, hogy a két dobás összege 7 lesz? Melyik valószínűség a nagyobb?

II. Teljes valószínűség tétele, Bayes tétel

1. Három gép csavarokat gyárt. A gépek a termelés 25, 35, illetve 40%-át szolgáltatják. Az első gép 5% selejttel dolgozik, a második 4%-kal, a harmadik pedig 2%-kal. Az össztermékből kiválasztunk egy csavart. Mennyi a valószínűsége, hogy a csavar selejtes?

2. Egy egyszerűsített betegség felismerési vizsgálat 0,95 valószínűséggel mutatja ki a betegséget azoknál, akiknek van, de 0,01 valószínűséggel pozitív eredményt mutat azoknál is, akiknek egészségesek. Becslések szerint a lakosság 4%-a szenved az adott betegségben. Mi a valószínűsége annak, hogy valaki

a.) tényleg egészséges, ha teszt annak mutatta;

b.) tényleg beteg, ha a teszt betegnek mutatta?

c.) Hogyan változnak az előző valószínűségek, ha a ritkább, vagy ha gyakoribb betegségről van szó?

3. Egy felvételi tesztvizsgán a felvételre alkalmasak 80%-a ír sikeres vizsgát, az alkalmatlanoknak pedig a 25%-a. Tapasztalatok szerint a jelentkezőknek a 40%-a alkalmas a felvételre. Mekkora a felvettek között a valóban alkalmasok aránya?

4. Tapasztalatok szerint az egyik gyárban az elkészült termékek 0,1%-ának a felületén található valamilyen hiba (pl. apró karcolás). Az elkészült termékek felületét ellenőrzik. Az ellenőrzés során a hibátlan terméket 2% valószínűséggel tévesen hibásnak; míg egy hibás terméket 1% valószínűséggel tévesen hibátlannak minősítenek.

a) Mi annak a valószínűsége annak, hogy egy terméket hibátlannak minősítenek?

b) Mi a valószínűsége annak, hogy egy hibátlannak minősített termék valóban hibátlan?