

## 5. 6. Feladatsor

### Tanult nevezetes eloszlások

#### Diszkrét eloszlások (Binomiális, Geometria, Poisson eloszlások)

1. A távközlési csatorna kétféle jel (0 és 1) továbbítására képes. A hiba valószínűsége 0,2. A nagyobb megbízhatóság érdekében a 00000 jelet küldik a 0 helyett és a 11111 jelet az 1 helyett. A dekódolás úgy történik, hogy amelyik jelből több van, azt tekintik helyes jelnek. Mi a valószínűsége, hogy a dekódolás során nem követünk el hibát? Milyen feltételezésre van szükség?
2. Egy népességben a balkezesek aránya 13%. Mi a valószínűsége annak, hogy 1000 főt kiválasztva a balkezesek száma legalább 120?
3. A lakosság 30%-a szenved valamilyen allergiás betegségben. Egy kurzus hallgatói közül 20-at kiválasztva mi annak a valószínűsége, hogy
  - a. az allergiás betegségben szenvedők aránya közöttük is 30%,
  - b. az allergiában szenvedők száma a várható értéknél kisebb,
  - c. az allergiában szenvedők száma a várható érték egy szórásnyi távolságán belül van?
4. Tapasztalatok alapján annak a valószínűsége, hogy egy októberi napon a hőmérséklet  $18^\circ\text{C}$  fölé emelkedik 0,65.
  - a. Mi annak a valószínűsége, hogy a hónap egy kiválasztott hetében legfeljebb 3 napon lesz a hőmérsékleti csúcs  $18^\circ\text{C}$  felett?
  - b. Október folyamán mennyi lesz a hetenkénti átlaga az ilyen napok számának?
5. Megfigyelések szerint 1000 újszülöttről átlagosan 508 a fiú és 492 a lány. A háromgyerekes családok közül egyet kiválasztunk és az  $X$  valószínűségi változó jelentése legyen a lánygyerekek száma.
  - a. Írja fel  $X$  valószínűség eloszlását!
  - b. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a lányok száma legfeljebb kettő?
6. Adja meg az  $X$  binomiális eloszlású valószínűségi változó paramétereit, ha tudjuk, hogy a várható értéke és a szórása is  $6/7$ !
7. \*Egy szerencsejátékos megfigyelte, hogy átlagosan 63 próbálkozás után nyer. Legalább hányszor kell neki játszani ahhoz, hogy 0,99 valószínűséggel nyerjen?
8. Tapasztalatok szerint a hallgatók a Statisztika vizsgán 0.6 valószínűséggel mennek át. Mindenki addig ismételi, amíg nem sikerül a vizsgája. Várhatóan hányszor kell elmenni, vizsgázni a tárgyból?
9. Egy távolugrónak átlagosan a tizedik próbálkozásra sikerül 4 méternél nagyobbat ugrani. Mi a valószínűsége annak, hogy a válogatón ez már a harmadik kísérletre sikerül?
10. Egy hibás készüléket átlagosan 6 próbálkozás után tudunk bekapcsolni. Mi annak a valószínűsége, hogy a legközelebbi alkalommal éppen a 6. próbálkozásra sikerül bekapcsolni a készüléket?
11. \* Egy üzemben üvegtáblákat gyártanak, amelyben hibák is vannak. A  $\xi$  változó értéke legyen a hibák száma. Tudjuk, hogy  $M(\xi)=0,5$ .
  - a. Határozza meg, hogy 100 tábla közül hány lesz hibátlan!
  - b. Mennyi lesz a hibátlan táblák száma, ha a háromnál több hibát tartalmazó táblákat kiselejtezik?
  - c. Mi annak a valószínűsége, hogy mind a 100 tábla hibátlan lesz?
12. Egy szakkollégium vezetője napközben óránként átlagosan két hívást kap a szakkollégium ügyében. Mi annak a valószínűsége, hogy a következő kétórás előadás alatt egy hívás sem érkezik?
13. \*Egy radioaktív forrás  $n$  részecskét bocsát ki egy bizonyos időintervallum alatt. Egy Geiger- Müller-számláló  $10^{-4}$  valószínűséggel regisztrál minden egyes részecskét. Becsülje meg, hogy legalább hány részecskét kell a forrásnak kibocsátania ahhoz, hogy a számláló 0,99 valószínűséggel legalább négy részecskét regisztráljon egy periódus alatt?
14. Annak a valószínűsége, hogy a KTH egyik pultjához 20 percig nem érkezik senki  $e^{-1/2}$ .
  - a. Mennyi a valószínűsége, hogy egy óra alatt nem érkezik senki?
  - b. Mi annak a valószínűsége, hogy 90 perc alatt lesz érdeklődő?

### Folytonos eloszlások (Egyenletes, exponenciális, normális)

15. Egy  $\xi$  valószínűségi változó, amely egy A esemény bekövetkezésének időpontját jelenti, egyenletes eloszlású a  $(0, b)$  intervallumon, ahol  $b > 1$ . Tudjuk, hogy  $P(0 < \xi < 1) = 3/4$ . Írjuk fel  $\xi$  eloszlás- és sűrűségfüggvényét! Számítsuk ki várható értékét és szórását!
16. Egy levél érkezése egy adott időszakban folytonos egyenletes eloszlás szerint várható. Általában március 17-én szokott érkezni, 1 nap átlagos ingadozással. Mi a valószínűsége, hogy a levél március 16. és 22. között érkezik?
17. Mekkora valószínűséggel vesz fel egy, a  $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$  intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó olyan értéket, amely a várható értékétől a szórásánál nagyobb értékkel tér el?
18. Valaki egy sürgős telefonhívást vár. A hívás időpontja egy reggel 8 órakor kezdődő, ismeretlen hosszúságú intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó. A hívást váró fél tudja, hogy a hívás 80% valószínűséggel 8 és 10 óra között befut.
  - a. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a hívás 9:30 és 10:00 között érkezik?
  - b. A hívás 9:30-ig nem jött be. Mennyi a valószínűsége, hogy 9:30 és 10:00 között még befut?
19. Legyen  $\xi$  a  $(0;8)$  intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó. Mi a valószínűsége, hogy 50 független kísérletet elvégezve legfeljebb 3 esik a  $(4; 4,5)$  intervallumba?
20. Egy bizonyos típusú televíziós képcső élettartama exponenciális eloszlást követ 5000 óra várható értékkel. Ha a mi televízióinkat már 6000 órát működtettük, mennyi a valószínűsége, hogy fog még 1000 órát működni?
21. Bizonyos típusú izzólámpák tönkremenetelig eltelt használati időtartam hosszát tekintsük a  $\xi$  valószínűségi változónak.  $\xi$  exponenciális eloszlású, szórása 1000 óra. Határozzuk meg  $\xi$  várható értékét, írjuk fel a sűrűség- és eloszlásfüggvényét! Mennyi a valószínűsége, hogy egy kiválasztott izzólámpa 3000 órán belül még nem megy tönkre?
22. \* Egy szerkezet élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető 1200 óra várható értékkel. A szerkezet használói a szerkezetet átlagosan napi egy órán át üzemeltetik. Milyen hosszú garanciaidőt adjon a gyártó cég, ha az eladott termékek legfeljebb 5%-át akarja cserélni?
23. Egy bizonyos műszer élettartama olyan exponenciális eloszlású valószínűségi változó, amelynek  $\lambda$  paramétere  $1/8$ . Ha valaki vesz egy három éves használt készüléket, akkor mi a valószínűsége annak, hogy az még 8 évig üzemelni fog?
24. \* Egy üzletbe a vevők Poisson-eloszlás szerint érkeznek, átlagosan 30 vevő óránként. Mennyi a valószínűsége, hogy két, egymás után érkező vevő érkezési ideje között eltelt idő a) 2 percnél több b) 3 percnél kevesebb c) 1 és 3 perc közé esik?
25. A standard normális eloszlásfüggvény táblázatának segítségével határozza meg a következő valószínűségeket, ha  $\xi \in N(6;3)$ :
  - a.)  $P(\xi > x) = 0,5$     b.)  $P(x < \xi < 9) = 0,2$  c.)  $P(4,2 < \xi < 6,1) = ?$
26. Egy berendezés élettartama normális eloszlású valószínűségi változó 6,3 év várható értékkel és 2 év szórással. Hány év garanciát adjon a cég a berendezésre, ha a termékek legfeljebb 10 %-ával akar garanciálisan foglalkozni.
27. Egy ffeldolgozó telepen deszkákat készítenek. Ezek hossza olyan normális eloszlású valószínűségi változó, amelynek 400 cm a várható értéke és 3 cm a szórása.
  - a. A deszkák hány százaléka lesz 398 cm-nél hosszabb és 401 cm-nél rövidebb?
  - b. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a deszkák hossza 400 cm-től legfeljebb 2.5 cm-rel tér el?
28. Legyen  $\xi$  normális eloszlású valószínűségi változó  $m = 3, \sigma = 2$  paraméterekkel. Hogyan válasszuk meg az A értékét, ha azt akarjuk, hogy a  $\xi$  legalább  $1/2$  valószínűséggel a  $(2, A)$  intervallumba essen?
29. \*Egy útkeresztveződésben az átlagos zajszint 45dB. 100 mérés közül kb. tízszer fordul elő, hogy 50 dB fölé emelkedik a zajszint. Milyen gyakran fordul elő, hogy 37 dB alá süllyed a zajszint? Feltételezzük, hogy a zajszint normális eloszlású.

30. Egy céghez a naponta beérkező - meglehetősen nagyszámú - megrendelések száma a tapasztalatok szerint közelítőleg normális eloszlású,  $\sigma = 10$  szórással. Mekkora a megrendelések várható száma, ha azt tudjuk az eloszlásról, hogy  $P(\xi < 20) = 0.1$ ?
31. \*Egy üzemben egy folyékony termék töltését két automata végzi. Az üvegekbe töltött mennyiség átlagosan 2 dl és normális eloszlású mindkét gép esetében. A betöltött mennyiség szórása az első gépnél 0.14 dl, a másodikonál pedig 0.08 dl. Az üvegek 60%-át az első gép tölti, a többit a második. Mi a valószínűsége, hogy egy üveget véletlenszerűen kiválasztva a napi készletből, abban a betöltött folyadék mennyisége a várható értéktől 0.1 dl-nél kevesebbel tér el?
32. Az intelligencia mérésére szolgáló egyik módszerben, az IQ tesztek eredménye olyan normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető, amelynek várható értéke 100, a szórása pedig 15. A Mensa klub tagja az lehet, akinek az eredménye a legfelső 2%-ba tartozik.
- Milyen eredményt kell elérni ahhoz, hogy valaki bekerüljön a klubba?
  - Mi a valószínűsége annak, hogy legalább ekkora pontszámot ér el valaki, ha csak a legalább 100 pontot elért személyek csoportját tekintjük?