

2020 január 7.
Munkaidő: 110 perc

KALKULUS VIZSGA

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Név: _____

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ	$+$

1. (15p) Számítsa ki az alábbi sorozat határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{5n^3 + 7}{2n + 1}}$$

2. (20 p) Adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken az $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x + 11$ függvény szigorú monoton! Hol van a függvénynek lokális szélső értéke? Hol van inflexiója?

3. (15 p) Számítsa ki az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\tan(5x)} \qquad b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{\sqrt{5x + 10} - 5}$$

4. (15 p) Határozza meg az alábbi függvény érintőegyenésének egyenletét az $x_0 = 1$ pontban!

$$f(x) = x \ln(x)$$

5. (15 p) Ábrázolja, és határozza meg az $f(x) = x^2$ és a $g(x) = x + 2$ függvények görbéje által határolt korlátos síkidom területét!

6. (8+12 p) Számítsa ki az alábbi integrálokat (tipp: az egyik integrál kiszámításához alkalmazza az $t = e^x$ helyettesítést)!

$$a) \int \frac{e^x}{e^x + 3} dx \qquad b) \int \frac{e^x}{e^{2x} - 1} dx$$

7. (+15 p) (Ezen feladat megoldása nem szükséges a maximum pontszám eléréséhez.) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 + 4\bar{z} + 4 = 0$$

Két oldalas a feladatsor.

Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.

(15 p) Döntse el, hogy van-e az alábbi mátrixnak inverze! (Ha van, akkor sem kell kiszámolnia, hogy melyik mátrix az).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 3 \\ -6 & 5 & -3 & 0 \\ 9 & 10 & 10 & 20 \\ -3 & -5 & -5 & -13 \end{bmatrix}$$