

Kalkulus tizennegyedik feladatsor

Globális szélsőérték, Paraméters és Implicit görbék deriváltja

1. Lenke elhatározta, hogy feltölti a 10000 literes úszómedencéjét, melyhez a vizet a közeli kútról fogja vödörrel hordani. Tetszőlegesen nagy vödört választhat a munkához, de tudja, hogy ha egy fordulóval l liter vizet hoz, akkor a forduló $64 + l^2$ másodpercig fog tartani. Hogyan válassza meg l értékét, hogy a lehető leggyorsabban végezzen?
2. Két egymást merőlegesen metsző folyosó szélessége 2,4 m, illetve 1,6 m. Mekkora az a leghosszabb létra, amelyet (vízszintes helyzetben) az egyik folyosóról a másikra át lehet vinni?
3. Határozza meg az $f(x) = x^2 e^{-3x}$ függvény globális szélsőértékét a $[0, 1]$ intervallumon, amennyiben létezik.
4. Határozzuk meg az $x = \sin^3(t)$, $y = \cos^3(t)$, paraméteres görbe (asztroid ami egy speciális hipociklois) $t = \frac{\pi}{3}$ pontjához tartozó érintő egyenes egyenletét.
5. Határozzuk meg az $x = t^3 + 2t^2 + 3$, $y = t^3 + 3t + 5$, paraméteres görbe $t = -\frac{1}{2}$ pontjához tartozó érintő egyenes egyenletét.
6. Határozzuk meg az Impliciten megadott

$$y^5 - y = x$$

görbe érintőjét az $x = 0$, $y = 1$ pontban!