

1 Legyen az X, Y valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x,y) = \begin{cases} A(x+4y), & \text{ha } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

- Számítsuk ki az A paraméter értékét!
- Írjuk fel X és Y perem-sűrűségfüggvényét!
- Írjuk fel X és Y perem-eloszlásfüggvényét!
- Írjuk fel X és Y együttes eloszlásfüggvényét!
- Független-e X és Y ?
- $P(X < 1, Y > 0,5) = ?$
- Számítsuk ki X és Y korrelációs együtthatóját!

Megoldás: http://math.bme.hu/~nagy/vegyeszA3c/10gyak_megoldasok.pdf

2 Melyik mátrix lehet 3 változó kovariancia mátrixa?

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Az első nem mert nem szimm., a második főátlójában van negatív elem, az utolsó az kov.m.x. mert pozitív definit

3 Egy automata gépnek 200 mm hosszúságú pálcikákat kéne készíteni. Előzetes adatfelvételtől tudjuk, hogy a gép által gyártott termékek hossza normális eloszlású valószínűségi változó, 3 mm szórással. Az $n = 16$ elemű minta elemeinek hosszmérete: 193, 195, 198, 201, 204, 196, 196, 196, 203, 199, 193, 198, 191, 191, 198, 200.

- Mit jelent, hogy a fenti egy statisztikai minta? *Hogy független, azonos eloszlásúak realizációja*
- Készítsünk gyakoriság, sűrűség-histogrammot 3-as lépésközzel!
- Mi lesz a tapasztalati eloszlásfüggvény? *Lásd: https://docs.google.com/spreadsheets/d/e/2PACX-1vQQ0045InD0on8Y_7LlfGvMRd7q6_Hdugo9tV3YF2y5pscPbq13AXRrCPKBNcHLtiqdrhhVD10yEH40/pubhtml*
- Mi a tapasztalati várható értéke szórása? $\bar{x}:197, S:3.7749$
- Torzítatlan becslései-e a fenti statisztikák a paramétereknek? És aszimptotikusan torzítatlan?
- Mi lesz a szórás torzítatlan becslése?
- Adjunk a várható értékre 95%-ös megbízhatósági szintű konfidencia intervallumot. $(197-3*1,96/4, 197+3*1,96/4)$

4 Az $(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ egy $[0,2t]$ intervallumban egyenletes eloszlású statisztikus sokaságból vett véletlen minta. Az alábbi statisztikák közül melyiket használná az ismeretlen t paraméter becslésére? Válaszát indokolja!

$$a) \eta_1 = \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4}{4}$$

$$b) \eta_2 = \frac{2\xi_1 + 3\xi_2 + \xi_3 + 4\xi_4}{10}$$

A várható értéke ugyanannyi, de a szórása az a) belinek, kisebb mint a b) belinek. Tehát a) hatékonyabb becslés mint b).

5 A Lángoló Rózsa kolostorban a penitanciaként kirótt (Miatyánk, Üdvözlégy)-ek száma a mai napon.

$$(15,20); (25,30); (10,5); (10,10); (20,20); (25,20)$$

adjon lineáris közelítést az „Üdvözlégy”-ek számából a „Miatyánk”-ok számára.

Házi feladatok

- 1 Bizonyos ón-ólom ötvözet ξ olvadáspontjának meghatározásra 24 véletlenszerűen kiválasztott mintadarabon mérést végeztek. ($^{\circ}C$)

330	328,6	342,4	334	337,5	341	343,3	329,5
322	331	336,4	326,5	327,3	338	331	332,3
345	338,5	329,7	325,8	322,6	333	339,2	340

- a) Készítsünk gyakoriság, sűrűséghisztogrammot 4-es lépésközzel!
b) Mi lesz a tapasztalati eloszlásfüggvény?
c) Mi a tapasztalati várható értéke szórása?
d) Mi a korrigált tapasztalati szórás?
e) Adjunk a várható értékre 95%-ös megbízhatósági szintű konfidencia intervallumot.
- 2 A Lángoló Rózsa kolostorban a havi (Bablevesek, Káposztafőzelékek)-ek száma az utóbbi néhány hónapban:

$(3, 4); (6, 5); (2, 1); (2, 2); (4, 4); (4, 5)$

adjon lineáris közelítést a „Bablevesek” számából a „Káposztafőzelékek” számára