

- 1 A jelentse azt az eseményt, hogy a francia kártyából királyt húzunk, B azt, hogy treffet húzunk. Mit jelentenek az alábbi események?

$$A + B, \quad AB, \quad A + \bar{B}, \quad \bar{A} + B, \quad A - B, \quad \bar{A} - \bar{B}, \quad (AB) + (A\bar{B})$$

- 2 Mutassa meg, hogy $P(A) \geq 0,8$ és $P(B) \geq 0,9$ esetén $P(AB) \geq 0,65$.

- 3 Egy évfolyam hallgatóinak 25% matematikából, 15%-a fizikából és 10%-a matematikából és fizikából jelesre vizsgázott. Mi a valószínűsége annak, hogy egy taláalomra kiválasztott hallgató

- osztályzata matematikából jeles, ha fizikából jeles;
- fizikából jeles az osztályzata, ha matematikából jeles;
- legalább az egyik tárgyból jeles az osztályzata?

- 4 Hazánkban a népesség 4%-a cukorbeteg. Egy nem teljesen pontos gyors teszt szolgál a betegség felismerésére. A teszt a cukorbeteg 95%-ánál ad pozitív jelzést, és az egészségesek 2%-ánál szintén pozitív jelzést ad.

- Mennyi a valószínűsége, hogy a teszt pozitív eredményt ad?
- Mennyi a valószínűsége, hogy a személy egészséges, feltéve, hogy a teszt pozitív?
- Mekkora valószínűséggel téved a teszt?

- 5 Két -kinézetre ugyanolyan- dobozban golyók vannak. Az egyikben 5 fehér és 4 piros, a másikban 5 piros és 7 fehér. Az egyik dobozból kiveszünk két golyót. Feltételezve, hogy a két doboz közül egyenlő valószínűséggel választunk,

- mennyi a valószínűsége, hogy mindkét golyó fehér színű lesz?
- mennyi a valószínűsége, hogy a kihúzott két golyó közül legalább az egyik fehér lesz?

- 6 Vegyszerrel szűnyogirtást végeznek. Az első permetezés után a szűnyogok 80%-a elpusztul, de az életben maradtak ellenállóbbak lesznek. Így a következő permetezéskor már csak a szűnyogok 40%-a pusztul el, a harmadik irtáskor már csak a 20%-uk.

- Mi a valószínűsége annak, hogy egy szűnyog mind három permetezést túl éli?
- Feltéve, hogy egy szűnyog túlélte az első permetezést, mi a valószínűsége annak, hogy a másodikat és a harmadikat is túléli?

- 7 Három gép csavarokat gyárt. A gépek a termelés 25, 35, 40%-át szolgáltatják. Az első gép 5% selejttel dolgozik, a második 4%-kal, a harmadik pedig 2%-kal. Taláalomra kiválasztunk egy csavart.

- Mennyi a valószínűsége, hogy selejtes?
- Feltéve, hogy selejtes, mi a valószínűsége, hogy az első gépen készült?

- 8 Szinbád utazásai során megmentette egy szultán életét. A szultán amikor megmentették, nagyon hálás volt és felajánlotta Szinbádnak, hogy szabadon válszthat háreméből. Később ezt megbánta, de nem akarta megmásítani a szavát és azt monda szinbádnak, hogy mindegyik hölgyet csak egyszer nézheti meg, ha elengedte, már nem veheti el tőle. Szinbád az előtte egymás után megjelenő N háremhölgy közül az ún. M startégiával választ magának feleséget. Ez azt jelenti, hogy megnéz M hölgyet, majd ezután az első olyan hölgyre mutat rá, aki az összes előtte elvonulónál szebb. Bizonyítsa be, hogy ha a háremhölgyek minden lehetséges sorrendje egyenlő valószínűségű, és szigorú szépségsorrendbe állíthatók, akkor annak a valószínűsége, hogy a legszebbet választja az összes közül:

$$\frac{M}{N} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{M+1} + \cdots + \frac{1}{N-1} \right)$$

(*) Tegyük fel, hogy a szultánnak sok felesége van ($N \rightarrow \infty$). Tegyük fel, hogy $\frac{M}{N} = x$. Milyen x -re lesz ez a valószínűség a legnagyobb.

- 9 Egy tévé vetélkedőben játszok. Választanom kell a három színpad közül hogy melyiken van a (valóban nagyon értékes) főnyeremény (pl. autó), a másik két színpad mögött kecske van. Kiválasztok egy színpadot, majd a műsorvezet kinyit egy másikat amin kecske van. Ezután megváltoztathatom a döntésemet, válaszhatom azt a színpadot is amelyiket nem mutatták meg és nem az elején választottam. Érdemes-e váltanom?
- 10 Banach professzor nagyon szeretett pipázni, ezért a jobb és a bal zsebében is tartott egy-egy gyufázdobozt 10-10 darab gyufával, amit minden reggel újratöltött. Ha rágyújtott véletlenszerűen húzott elő gyufát a jobb, illetve a bal zsebéből. Mi a valószínűsége, hogy délután a 15. alkalommal fordul elő először hogy nem talált gyufát valamelyik zsebében?

Házi feladatok

- 1 Mutassa meg, hogy $P(A) = 0,7$ és $P(B) = 0,8$ esetén $P(A|B) \geq 0,625$.
- 2 Lex Luthor kockával dönti el, hogy a következő bűntény mi legyen. Feldob két kockát ha a dobott számok összege páros akkor vonatot robbant, ha páratlan bankot rabol. Ez szerencsére Superman fülébe jut. Hova repüljön először a bankhoz vagy a vasúthoz?