

- 1 A Lángoló Rózsa kolostorban Delila nővér heti penitanciáiban a „Mi a Atyánk...” száma olyan  $X$  valószínű változó aminek eloszlása:

$x :$	5	10	15	30
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

- a) Mi  $X$  várható értéke?  $(13,125)$   
 b) Mi  $X$  szórása?  $(10,4396)$   
 c) Mi  $X$  módusza?  $(5)$

A módusz a legvalószínűbb elem.

- 2 a) Mennyi 6 szabályos dobókockán a dobott számok összegének várható értéke?  $(21)$

- b) Mennyi a dobott 6-osok számának várható értéke?  $(1)$

*Előadáson volt, hogy a szabályos kocka várható értéke 3,5. A másik indikátoros legyen pl.  $I_k$  a  $k$ -adik kockán dobott 6-os száma (0 v 1).  $E(I_k) = 1/6$ . Ekkor  $E(I_1 + \dots + I_6) = 1$ .*

- 3 Tegyük fel, hogy egy szennyező részecske mérete olyan  $\eta$  valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye,

$$f(x) = \begin{cases} 2x^{-3}, & \text{ha } 1 < x \\ 0, & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$$

(Mikrométerben)

- a) Igazolja, hogy  $f(x)$  valóban sűrűségfüggvény. *Pozitív, és az integrálja 1*  
 b) Adja meg az eloszlásfüggvényét.  $(P(\eta < a) = 1 - \frac{1}{a^2})$   
 c) Határozza meg a várható értékét. Létezik-e szórása?  $(2, \text{nem létezik, mert az improprius integrál ami kijön nem konvergens})$   
 d) Mi annak a valószínűsége, hogy egy részecske mérete kisebb, mint 5 mikrométer?  $(1 - \frac{1}{25})$   
 e) Optikai úton akkor lehet kimutatni a szennyeződést, ha a részecske mérete nagyobb, mint 7 mikrométer. A részecskék hány %-a mutatható ki optikai úton?  $(\frac{1}{49})$

- 4 Egy műanyag termék (években kifejezett) élettartama olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & \text{ha } x \geq 0 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

- a) Mi a valószínűsége, hogy legalább 4 évig nem megy tönkre?  $(e^{-12})$   
 b) Feltéve, hogy négy évig nem megy tönkre mi a valószínűsége, hogy még egy évig működni fog?  $(e^{-3})$  *Legyen  $T$  az élettartam.  $P(T > 4 + 1|T > 4) = e^{-15}/e^{-12} = e^{-3}$*

5 Számítsa ki az alábbi eloszlásfüggvénnyel megadott valószínűségi változó

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & \text{ha } 0 < x \leq 2 \\ 1, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

- a) mediánját! ( $\sqrt[3]{4}$ )
- b) váható értékét! ( $3/2$ )
- c) varianciáját! ( $3/20$ )

*Házi feladatok*

1 \*Egy dobozban 1 piros, 2 fehér és 3 fekete színű golyó van. visszatevés nélkül addig húzunk, amíg mindhárom színből nincs már legalább egy golyónk. Az  $Y$  valószínűségi változó értéke legyen a szükséges húzások száma.

- a) Adja meg a  $Y$  valószínűség-eloszlását.
- b) Mi lesz a húzások számának várható értéke?

2 Egy oktató úgy tartja az előadását, hogy a vége előtt soha nem fejezi be, de két percnél többet soha nem vesz el a szünetből. A  $\xi$  valószínűségi változó jelentse azt, hogy egy adott napon hány perccel tartja tovább az előadást. A változó eloszlása az alábbi sűrűségfüggvénnyel jellemezhető:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{ha } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

- a) Határozza meg  $k$  paraméter értékét.
- b) Mi a valószínűsége, hogy a következő előadás alkalmával a csúszás nem lesz több 1 percnél?
- c) Mi a valószínűsége, hogy a szünet legalább 1,5 perccel rövidebb lesz?