

- 1 A Lángoló Rózsa kolostorban Delila nővér heti penitanciáiban a „Mi a Atyánk...” száma olyan X valószínű változó aminek eloszlása:

$x :$	5	10	15	30
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

- a) Mi X várható értéke? $(13,125)$
 b) Mi X szórása? $(10,4396)$
 c) Mi X módusza? (5)
- 2 a) Mennyi 6 szabályos dobókockán a dobott számok összegének várható értéke? (21)
 b) Mennyi a dobott 6-osok számának váható értéke? (1)
- 3 Tegyük fel, hogy egy szennyező részecske mérete olyan η valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye,

$$f(x) = \begin{cases} 2x^{-3}, & \text{ha } 1 < x \\ 0, & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$$

(Mikrométerben)

- a) Igazolja, hogy $f(x)$ valóban sűrűségfüggvény.
 b) Adja meg az eloszlásfüggvényét. $(P(\eta < a) = 1 - \frac{1}{a^2})$
 c) Határozza meg a várható értékét. Létezik-e szórása? $(2, \text{nem létezik})$
 d) Mi annak a valószínűsége, hogy egy részecske mérete kisebb, mint 5 mikrométer? $(1 - \frac{1}{25})$
 e) Optikai úton akkor lehet kimutatni a szennyeződést, ha a részecske mérete nagyobb, mint 7 mikrométer. A részecskék hány %-a mutatható ki optikai úton? $(\frac{1}{49})$
- 4 Egy műanyag termék (években kifejezett) élettartama olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & \text{ha } x \geq 0 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

- a) Mi a valószínűsége, hogy legalább 4 évig nem megy tönkre? (e^{-12})
 b) Feltéve, hogy négy évig nem megy tönkre mi a valószínűsége, hogy még egy évig működni fog? (e^{-3})
- 5 Számítsa ki az alábbi eloszlásfüggvénnyel megadott valószínűségi változó

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & \text{ha } 0 < x \leq 2 \\ 1, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

- a) mediánját! $(\sqrt[3]{4})$
 b) váható értékét! $(3/2)$

c) varianciáját! (3/20)

Házi feladatok

1 *Egy dobozban 1 piros, 2 fehér és 3 fekete színű golyó van. visszatevés nélkül addig húzunk, amíg mindhárom színből nincs már legalább egy golyónk. Az Y valószínűségi változó értéke legyen a szükséges húzások száma.

- a) Adja meg a Y valószínűség-eloszlását.
- b) Mi lesz a húzások számának várható értéke?

2 Egy oktató úgy tartja az előadását, hogy a vége előtt soha nem fejezi be, de két percnél többet soha nem vesz el a szünetből. A ξ valószínűségi változó jelentse azt, hogy egy adott napon hány perccel tartja tovább az előadást. A változó eloszlása az alábbi sűrűségfüggvénnyel jellemezhető:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{ha } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

- a) Határozza meg k paraméter értékét.
- b) Mi a valószínűsége, hogy a következő előadás alkalmával a csúszás nem lesz több 1 percnél?
- c) Mi a valószínűsége, hogy a szünet legalább 1,5 perccel rövidebb lesz?