

1 Két kockával dobunk. A dobott számok összege valószínűségi változó. Határozzuk meg e valószínűségi változó valószínűség-eloszlását. Írjuk fel ennek eloszlásfüggvényét is, és ábrázoljuk.

2 Legyen a X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye: $F(x) = 0$, ha $x \leq -1$; $F(x) = \frac{1}{4}$, ha $-1 < x \leq 0$; $F(x) = \frac{1}{3}$, ha $0 < x \leq 1$; $F(x) = \frac{5}{6}$, ha $1 < x \leq 2$; $F(x) = 1$, ha $2 < x$. Adjuk meg a X valószínűség-eloszlását, és határozzuk meg a következő valószínűségeket:

- $P(X < 0.5)$
- $P(-0.5 \leq X \leq 1)$
- $P(X \geq 1)$
- $P(0 < X < 2)$

3 A ξ valószínűségi változó valószínűség-eloszlása a következő:

$x :$	-1	0	1	2
$P(\xi = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

- Adja meg az eloszlásfüggvényét!
- Adja meg, $\eta = \xi^2 - 2\xi + 3$ valószínűség eloszlását, eloszlásfüggvényét!

4 Az A, B állandók mely értékeire lesz az F függvény egy X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye, ha

- $F(x) = A + B \arctan(x)$ ahol x tetszőleges valós szám!
-

$$F(x) = \begin{cases} A + \frac{B}{x+1}, & \text{ha } x \geq 1 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

5 Egy műanyag termék (években kifejezett) élettartama olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & \text{ha } x \geq 0 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

Mi a valószínűsége, hogy legalább 4 évig nem megy tönkre?

6 Egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^3}, & \text{ha } x > 2 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

- Határozza meg az a együttható értékét.
- Írja fel a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét.
- Számítsa ki, milyen x értékekre lesz $P(X > x) = 1/2$.

7 Legyen η sűrűségfüggvénye a következő alakú:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(2+x), & \text{ha } -A < x < 0 \\ \frac{1}{4}(2-x), & \text{ha } 0 < x < A \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

- Határozza meg az A értékét.
- Írja fel a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét.
- Ábrázolja a sűrűség- és eloszlásfüggvényt.
- Mi a valószínűsége annak, hogy $X > 1$?

8 Számítsa ki az alábbi eloszlásfüggvénnyel megadott valószínűségi változó mediánját és várható értékét:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & \text{ha } 0 < x \leq 2 \\ 1, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

9 *Igaz-e a következő állítás: ha $M(\xi) < M(\eta)$ akkor $Med(\xi) < Med(\eta)$? Mondjon példákat.

10 Egy valószínűségi változó sűrűségfüggvénye a következő:

$$f(x) = \begin{cases} cx + 3, & \text{ha } -3 \leq x \leq -2 \\ 3 - cx, & \text{ha } 2 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

- Határozza meg az c együttható értékét.
- Határozza meg a változó eloszlásfüggvényét.

11 Mutassa meg, hogy az alább megadott függvény nem lehet eloszlásfüggvény.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 1 \\ \frac{1+2x}{x-0,8}, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

12 Két számítógépet telefonvonal köt össze, amelyen az átvitt bitek egymástól függetlenül 0,02 valószínűséggel romlanak el. Mi a valószínűsége annak, hogy 1500 továbbított bit esetén a hibás bitek száma 10-nél kevesebb?

13 Legyen a ξ sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x), & \text{ha } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Határozza meg a változó várható értékét és szórását.

- 14 Egy vezető bevonat vastagsága olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{600}{x^2}, & \text{ha } 100\mu m \leq x \leq 120\mu m \\ 0, & \text{különbén} \end{cases}$$

- a) Adja meg az eloszlásfüggvényt.
b) Számolja ki a várható értéket és a szórást.

- 15 Egy oktató úgy tartja az előadását, hogy a vége előtt soha nem fejezi be, de két percnél többet soha nem vesz el a szünetből. A ξ valószínűségi változó jelentse azt, hogy egy adott napon hány perccel tartja tovább az előadást. A változó eloszlása az alábbi sűrűségfüggvénnyel jellemezhető:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{ha } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{különbén} \end{cases}$$

- a) Határozza meg k paraméter értékét.
b) Mi a valószínűsége, hogy a következő előadás alkalmával a csúszás nem lesz több 1 percnél?
c) Mi a valószínűsége, hogy a szünet legalább 1,5 perccel rövidebb lesz?

- 16 Egy kazán termométerén leolvasott hőmérséklet ingadozása olyan valószínűségi változó, amelynek eloszlás függvénye:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 800C^\circ \\ 0,1x - 80, & \text{ha } 800^\circ < x \leq 810C^\circ \\ 1, & \text{ha } 810C^\circ < x \end{cases}$$

- a) Mi annak a valószínűsége, annak hogy $P(800 < \xi \leq 850)$?
b) Ha a folyamatra vonatkozó előírás olyan, hogy a hőmérsékletnek 802 és 808 C° között kell lenni, akkor mi a valószínűsége annak, hogy a hőmérséklet nem megfelelő?
c) Mi lesz a leolvasott hőmérséklet várható értéke?

- 17 Egy 300 fős évfolyam minden hallgatója egymástól függetlenül $\frac{3}{4}$ valószínűséggel vesz részt a statisztika órán.

- a) Átlagosan hányan vannak jelen?
b) *Mi annak a valószínűsége, hogy legalább az évfolyam fele jelen van?

- 18 *Egy dobozban 1 piros, 2 fehér és 3 fekete színű golyó van. visszatevés nélkül addig húzunk, amíg mindhárom színből nincs már legalább egy golyónk. Az Y valószínűségi változó értéke legyen a szükséges húzások száma.

- a) Adja meg a Y valószínűség-eloszlását.
b) Mi lesz a húzások számának várható értéke?

- 19 20. Tegyük fel, hogy egy szennyező részecske mérete olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye,

$$f(x) = \begin{cases} 2x^{-3}, & \text{ha } 1 < x \\ 0, & \text{ha } x \leq 1 \end{cases}$$

(Mikrométerben)

- a) Igazolja, hogy $f(x)$ valóban sűrűségfüggvény.
- b) Adja meg az eloszlásfüggvényét.
- c) Határozza meg a várható értékét. Létezik-e szórása?
- d) Mi annak a valószínűsége, hogy egy részecske mérete kisebb, mint 5 mikrométer?
- e) Optikai úton akkor lehet kimutatni a szennyeződést, ha a részecske mérete nagyobb, mint 7 mikrométer. A részecskék hány %-a mutatható ki optikai úton?