

1. Írjuk fel a következő állításokat az $f(x)$: “ x fél”, illetve $v(x)$: “ x velem jön” állítások segítségével! Van-e köztük két olyan, ami ugyanazt jelenti? És olyan, amely a tagadása egy másiknak?
- Aki nem fél, az velem jön.
 - Nem fél, aki velem jön.
 - Olyan is jön velem, aki fél.
 - Aki velem jön, az fél.
 - Mindenki fél, aki nem jön velem.
 - Velem jön, aki fél.
2. Az alábbi feladatban P : igaz, Q : hamis, R : hamis és S : igaz logikai értékű állítást jelöl. Határozzuk meg a következő állítások logikai értékét!
- $P \Rightarrow (P \Rightarrow S)$;
 - $P \Rightarrow (R \vee S)$;
 - $(R \vee \neg S) \Leftrightarrow (Q \vee S)$.
3. Bizonyítsuk be az alábbi logikai azonosságokat igazságtáblával!
- $(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$ (kontrapozíció)
 - $(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A)$ (kizáró vagy)
4. Mit mondhatunk az \mathbb{R} -nek arról a H részhalmazáról, amelyre a következő állítás teljesül?
- $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in H (x < y)$
 - $\forall x \in H \exists y \in \mathbb{R} (x < y)$
 - $\forall x \in H \exists y \in H (x < y)$
5. Legyen A, B és C három halmaz. Fejezzük ki a $D := A \setminus (A \setminus (B \setminus (B \setminus C)))$ halmazt az A, B, C halmazokból, a metszet és unió műveletekkel.
6. Adott A, B halmazokra melyek azok az X halmazok, amelyekre $A \setminus (B \setminus X) = A$?
7. Bizonyítsuk be tetszőleges A, B, C halmazokra, hogy
- $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$;
 - $C \subseteq A \Rightarrow (A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$
8. Legyenek A, B és C egy U alaphalmaz három részhalmaza. Írjuk fel a következő halmazokat:
- csak B elemei;
 - pontosan két halmaz elemei;
 - egyik halmaznak sem elemei;
 - legfeljebb egy halmaz elemei;
 - legalább egy halmaz elemei;
 - legalább két halmaz elemei.
9. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges L, M halmazok esetén az alábbi A, B, C állítások ekvivalensek:
 $A : L \subseteq M$; $B : L \cap M = L$; $C : L \cup M = M$.
10. Adjunk bijekciót az alábbi halmazok között!
- $[a, b]$ és $[c, d]$ intervallum;
 - $(0, 1)$ intervallum és \mathbb{R} ;
 - * $[0, 1]$ és $(0, 1]$ intervallum.
11. Bizonyítsuk be teljes indukcióval!
- $\sum_{k=0}^n k(k+1) = n(n+1)(n+2)/3$;
 - $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$;
 - $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}$.
- 12*. Rajzoljunk Venn-diagramot 5 (esetleg általában n) általános helyzetű összefüggő halmazból!
- 13*. Egy szállodának megszámlálhatóan végtelen sok szobája van. Egy éjszaka telt ház van, ám érkezik még
- egy vendég;
 - egy végtelen sok utast szállító busz;
 - végtelen sok végtelen sok utast szállító busz.
- Hogy juthat mindenki szobához?
- 14**. Legyen A, B két halmaz, $f : A \rightarrow B$ és $g : B \rightarrow A$ injektív leképezések. Igazoljuk, hogy $|A| = |B|$!