1. Egy szabályos hatszög középpontja $K(4,1,4)$, két szomszédos csúcsa $A(3,1,5)$ és $B(3,2,4)$. Adjuk meg a többi négy csúcs koordinátáit!

2. Három vektor páronként egyenlő szöget zár be egymással, összegük nullvektor. Mekkora ez a szög?

3. Döntsük el, hogy kollineárisak-e az alábbi vektorpárok!

a) $(-3,4,7),(2,5,1)$ b) $(12,9,15),(8,6,10)$ c) $(7,-4,2),(0,0,0)$

4. Kollineárisak-e az $A(1,1,1)$, $B(4,1,7)$, $C(5,-1,-1)$ pontok?

5. Döntsük el, hogy lineárisan függetlenek-e az alábbi vektorhármasok!

a) $(-4,2,1),(0,4,3),(-4,6,4)$ b) $(0,0,0),(2,-9,7),(-1,-1,0)$ c) $(-9,-9,3),(1,0,2),(1,1,1)$

6. Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ nem komplanáris vektorok. Komplanárisak-e a $2\mathbf{a}+3\mathbf{b}$, $5\mathbf{b}-4\mathbf{c}$, $\mathbf{c}-\mathbf{a}$ vektorok?

7. Számítsuk ki az alábbi vektorok hosszát!

a) $(8,-14,8)$ b) $(0,3,0)$ c) $(\frac{5}{31},-\frac{30}{31},\frac{6}{31})$

8. Normáljuk az alábbi vektorokat!

a) $(4,-12,3)$ b) $(0,0,-7)$ c) $(1,2,-3)$

9. Számítsuk ki az alábbi vektorpárok szögét!

a) $(7,-1,6)$, $(2,20,1)$ b) $(1,-4,1)$, $(1,2,-2)$

10. A szögek kiszámítása nélkül döntsük el, hogy az alábbi vektorok hegyes-, derék- vagy tompaszöget zárnak be egymással!

a) $(-3,2,0),(4,1,5)$ b) $(1,-1,9),(2,1,3)$ c) $(1,1,1),(-10,7,3)$

11. Bontsuk fel a $(3,-6,9)$ vektort a $(2,-2,1)$ vektorral párhuzamos és rá merőleges összetevőkre!

12. Az egységnyi élhosszúságú kockában az egy csúcsból kiinduló két lapátló vektora x és y. Számítsuk ki az $x \cdot y$ skalárszorzatot! Mekkora szüget zár be ez a két vektor?

13. Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorok páronként merőlegesek. Bizonyítsuk be, hogy $(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})^2=\mathbf{a}^2+\mathbf{b}^2+\mathbf{c}^2$!

14. Bizonyítsuk be, hogy $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})^2+(\mathbf{ab})^2=\mathbf{a}^2\mathbf{b}^2$! (Lagrange-féle azonosság)

15. Legyenek $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ merőleges vektorok. Mutassuk meg, hogy $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{a}=\mathbf{a}^2\mathbf{b}$!

16. Az ABC háromszög csúcsainak a koordinátái $A(-3,4,0)$, $B(-9,11,42)$, $C(1,2,4)$. Mekkora a háromszög területe? Mekkora az A csúcsnál levő szöge? Mekkora a B csúcshoz tartozó magasság hossza?

17. Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ egységvektorok közül $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ merőlegesek egymásra, $\mathbf{c}$ pedig $30°$-os szöget zár be síkjukkal. Számítsuk ki $\mathbf{abc}$ értékét!

18. Mutassuk meg, hogy ha $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ egy téglatest egy csúcsból kiinduló élvektorai, akkor $|\mathbf{abc}|=|\mathbf{a}||\mathbf{b}||\mathbf{c}|$!

19. Mekkora az $\mathbf{a}(2,3,4)$, $\mathbf{b}(2,3,1)$, $\mathbf{c}(1,2,3)$ vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogata?

20. Számítsuk ki az $ABCD$ tetraéder térfogatát, ha a csúcsainak koordinátái $A(2,-1,1)$, $B(5,5,4)$, $C(3,2,1)$, $D(4,1,3)$!

21. Döntsük el, hogy egy síkban vannak-e az alábbi pontok!

a) $(2,-1,1),(5,5,4),(3,2,1),(4,1,3)$ b) $(1,2,-1),(0,1,5),(-1,2,1),(2,1,3)$

22*. Bizonyítsuk be, hogy az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorok akkor és csakis akkor a helyvektorai három kollineáris pontnak, ha $\mathbf{a}\times\mathbf{b}+\mathbf{b}\times\mathbf{c}+\mathbf{c}\times\mathbf{a}=\mathbf{0}$!

23*. Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorok egy sík három nem kollineáris pontjának a helyvektorai. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbf{a}\times\mathbf{b}+\mathbf{b}\times\mathbf{c}+\mathbf{c}\times\mathbf{a}$ a sík egy normálvektora!

24*. Bizonyítsuk be, hogy az $\mathbf{a}\times\mathbf{b}=\mathbf{b}\times\mathbf{c}=\mathbf{c}\times\mathbf{a}$ egyenlőség egyenértékű az $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=0$ egyenlőséggel! ($\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ között nincs két kollineáris)