1. a) Írjuk fel az $a_n = 1 - (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$ sorozat első 6 tagját! Adjuk meg a $b_n = a_{2n-1}a_{2n}$ sorozat általános tagját!
b) Adjuk meg n-nel kifejezve a $0,\ 2,\ 0,\ 2,\ \ldots$ sorozat n-edik tagját!
c) Adjunk a rekurzívan megadott $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 3a_n - 2$ sorozatra általános képletet!

2. Állapítsuk meg a következő sorozatok mindegyikéről, hogy korlátos-e, monoton-e (növő vagy fogyó?), konvergens-e (hova tart?), ha divergens, akkor tart-e ∞-hez vagy $-\infty$-hez, mik a torlódási pontjai!

$a_n = \cos\frac{n\pi}{4}$ $\qquad b_n = \frac{n-1}{n}$ $\qquad c_n = 1 + (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$

$d_n = \sum_{k=1}^{n} 10^{-k}$ $\qquad e_n = -2^n$ $\qquad f_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \cdot k^2$

3. Számítsuk ki a következő sorozatok határértékét!

a) $n^3 - 16n^2 + 3n$

b) $3^n - 2^{2n+1}$

c) $\dfrac{n^5 - 2n + 1}{n^3 + n^2 - 32}$

d) $\sqrt[3]{n^2 - 2n} - n\sqrt{n+1}$

e) $\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2 - 3n}$

f) $\dfrac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$

g) $\dfrac{\sqrt{n^2+1} - n}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$

h) $(n^6 - 5n + 1) \cdot 2^{-n}$

i) $\dfrac{2^{-n} + 3^{-n}}{1 - \frac{n+2}{n-1}}$

j) $\dfrac{\sin n}{n}$

4. A $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$ és $\lim\limits_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$ limeszek felhasználásával számítsuk ki a következő sorozatok határértékét!

a) $\left(\dfrac{n+2}{n^3 - n^2 + 1}\right)^{1/n}$

b) $\left((n^2+5)(2^{-n} + 3^{-n})\right)^{1/2n}$

c) $(n+2)^{1/\sqrt{n}}$

d) $\left(\dfrac{n^2 - n}{n^2 + 2n - 3}\right)^{5n}$

e) $\left(\dfrac{2^n + 3}{2^n + 1}\right)^n$

5. Legyen $[a_n]$ pozitív tagú számsorozat. Melyikből következik melyik az alábbi három állítás közül? Mind a hat esetre vagy bizonyítsuk, hogy igaz a következtetés, vagy adjunk ellenpéldát!
A: $\lim\limits_{n\to\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$
B: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{a_{n+1}} = 1$
C: $[a_n]$ konvergens

6*. Bizonyítsuk be, hogy ha egy $[a_n]$ sorozatnak minden 0-sorozattal vett szorzata 0-sorozat, akkor $[a_n]$ korlátos!

7. Bizonyítsuk be, hogy az $\left(1 + \dfrac{1}{n-1}\right)^n$ sorozat monoton fogyó, és e-hez tart.

8. (Hányados-kritérium) Bizonyítsuk be, hogy ha $a_n > 0$ minden n-re, és $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \to q < 1$, akkor $a_n \to 0$.

9. A hányados-kritérium felhasználásával adjunk bizonyítást a következő limeszekre!

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^k}{n!} = 0$ $\qquad$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!}{n^n} = 0$ $\qquad$ a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^n}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cdots \cdot 3n} = 0$