

- Legyen $f(x) = \cos \frac{1}{x}$, $g(x) = 0$ az origón kívül, és $f(0) = 0$, $g(0) = 1$. Jelöljük $f_1 \circ f_2$ -vel az f_1 és f_2 függvények kompozícióját (összetett függvényét). Léteznek-e a $\lim_{x \rightarrow 0} (f \circ g)(x)$ és $\lim_{x \rightarrow 0} (g \circ f)(x)$ határértékek, és ha igen, mi az értékük?
- Igazak-e az alábbi állítások?
 - Ha f szigorúan monoton nő \mathbb{R} -en, akkor $\lim_{x \rightarrow \infty} f = \infty$.
 - Ha f folytonos egy korlátos intervallumon, akkor ott egyenletesen is folytonos.
 - Zárt, korlátos intervallum folytonos függvény szerinti képe is zárt, korlátos intervallum.
 - Korlátos intervallumon korlátos függvény felveszi a maximumát.
- Egyenletesen folytonos-e az $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ függvény a $(0, 1]$ intervallumon?
- Van-e megoldása a $\sin x - x + 1 = 0$ egyenletnek?
 - Felveszi-e az $f(x) = -\cos \pi x + 2 + \frac{1}{4}x^3$ a 3 értéket a $[0, 1]$ intervallumon?
- Legyen f a $[0, 1]$ zárt intervallumon folytonos függvény, és legyen $f(0) = f(1) = 0$. Bizonyítsuk be, hogy bármely $d \in (0, 1]$ valós számhoz megadható a függvény grafikonjának olyan húrja, amely d hosszúságú!
- Osszuk el maradékosan az $f(x)$ polinomot a $g(x)$ polinommal, és ennek segítségével határozzuk meg az $f(x)/g(x)$ racionális törtfüggvény aszimptotáit!
 - $f(x) = x^2 - 3x + 1$, $g(x) = x + 2$
 - $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 5x - 2$, $g(x) = x^3 - 3x + 2$
- Határozzuk meg a következő polinomok racionális gyökeit a racionális gyökteszt segítségével, majd az összes komplex gyöküket is a racionális gyöktényezők kiemelése után!
 - $2x^3 - 3x^2 + 1$
 - $2x^3 + 3x^2 + 2x - 2$
 - $x^3 + 5x^2 + 7x + 3$
- Milyen aszimptotái vannak a $\frac{2^x + 3^x}{2x - 3^{x+2}}$ függvénynek?
- Számítsuk ki a következő limeszeket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} \qquad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 4}{x - 2} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 3x}$$
- Ábrázoljuk vázlatosan az $f(x) = \frac{e^{1/x}}{e - e^{1/x}}$ függvényt a $\pm\infty$ -ben és a szakadási helyeken vett jobb, illetve bal oldali határértékek meghatározása alapján!
- Van-e páros, illetve páratlan függvény az alábbiak között? Hol van szakadása a megadott függvényeknek? Fejezzük ki a függvényeket az exponenciális függvény segítségével!

$$\frac{\operatorname{sh} x}{1 + \operatorname{ch} x} \qquad 1 - \operatorname{cth}^2 x \qquad e^{-x}(\operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x)$$
- Invertálhatók-e az alábbi függvények? Ha igen, határozzuk meg az inverzüket! Adjuk meg az inverz függvény értelmezési tartományát is! Ha valamelyik függvény nem invertálható, akkor van-e olyan intervallum, amelyen invertálható?
 - $(x + 2)^3 - 3$
 - $\frac{x + 1}{x - 2}$
 - $\frac{x}{|x|}$
 - $\sqrt{x^2 + 2x + 2}$
 - $\sqrt{3x - 2}$