

1. Számítsuk ki az alábbi kifejezések értékét (ha léteznek)!

a) $\arccos -\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\arcsin(\sin -\frac{10\pi}{3})$

c) $\operatorname{tg}(\arccos \frac{1}{3})$

d) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 8)$

e) $\sin(\arcsin(-2))$

f) $\operatorname{arch}((1 + e^8)/2e^4)$

g) $\operatorname{arth} 5$

h) $\operatorname{arch} 5$

i) $\arccos(\cos(2 \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})))$

2. Bizonyítsuk be a következő azonosságokat!

a) $\operatorname{sh} 2x = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x$

b) $\operatorname{ch} 2x = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x$

c) $\operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

d) $\operatorname{arch} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

e) $\operatorname{sh} \operatorname{arch} x = \sqrt{x^2 - 1}$

3. a) Határozzuk meg az $\operatorname{arctg} \frac{1}{x+1}$ függvény aszimptotáit!

b) Ábrázoljuk az $\arcsin(\sin x)$ függvényt!

c) Van-e abszolút maximuma, illetve minimuma az $\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\operatorname{ch} x} \right)$ függvénynek az értelmezési tartományán? És az $\operatorname{arch}(\cos x)$ függvénynek?

4. Van-e deriváltja a következő függvényeknek a 0-ban? Ha igen, számítsuk ki a deriváltat!

a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

b) $f(x) = x \cdot |x|$

c) $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{ha } x \neq 0 \\ 0 & \text{ha } x = 0 \end{cases}$

5. Számítsuk ki az alábbi függvények deriváltfüggvényét!

a) $\frac{1}{x} + \sqrt{x^5}$

b) $\frac{1+x-4\sqrt{x}}{x}$

c) $\frac{1}{(x^2-1)(x^2+x+1)}$

d) $x^3 e^x$

e) $(x^2 + e^{-x}) \sin x$

f) $\frac{1}{\sin x} - 4\sqrt{x} + 7$

g) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$

h) $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

i) $\sin x \cos x$

j) $\left(1 - \frac{x}{7}\right)^{-7}$

k) $\frac{1}{\cos(\operatorname{tg} x)}$

l) $\sin^3 x$

m) $\cos^4(1-2x)$

n) $\frac{1}{(x^2-3x+2)^2}$

o) $4 \sin \sqrt{1+\sqrt{x}}$

p) $\sqrt{\frac{x^2+x}{x^2}}$

q) $\operatorname{arctg}(1-x^2)$

r) $\arcsin(\sin x)$

s) $\sqrt{1 + \operatorname{ch}(2x)}$

t) $x \operatorname{arsh}(2x+1)$

u) 2^{3x^2+1}

6. Teljesülnek-e a Lagrange-féle középértéktétel feltételei az alábbi függvényekre a megadott intervallumon? Ha igen, keressünk az intervallum belsejében olyan pontot, amelyhez tartozó érintő párhuzamos a görbedarab végpontjait összekötő húrral!

a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ a $[-1, 8]$ -on

b) $f(x) = x^3 - 3x + 1$ az $[1, 2]$ -n

7. Számítsuk ki a deriváltakat a logaritmus függvény segítségével!

a) $\frac{x^3(x+1)\sin x}{2x^2+1}$

b) $x^{\sin x}$

c) $(x+1)^{\ln x}$

8. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 + 3x - 5$ függvény inverz függvényének érintőjét a $(-1, 1)$ pontban!

9. Írjuk fel az $x^3 + xy - y^3 = 1$ görbe érintőjének egyenletét az $(1, 1)$ pontban!