

1. Számítsuk ki helyettesítéssel az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int e^{3x} \sqrt{e^x - 1} dx \quad \text{b) } \int_0^1 \frac{x^3}{(x^2 + 1)^5} dx \quad \text{c) } \int_1^9 \sqrt[3]{\sqrt{x} - 2} dx$$

2. Trigonometrikus átalakítások segítségével számítsuk ki a következőket!

$$\text{a) } \int \cos^5 x \operatorname{tg} x dx \quad \text{b) } \int \frac{\sin 2x}{2 - \sin^2 x} dx \quad \text{c) } \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \cos 4x} dx \quad \text{d) } \int \frac{1}{\cos x} dx$$

3. Alkalmazzunk parciális integrálást az alábbi integráloknál!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int (x + 2) \cos x dx & \text{b) } \int x \ln x dx & \text{c) } \int_0^{1/2} \arcsin x dx \\ \text{d) } \int (x^2 - x + 2)e^{-x} dx & \text{e) } \int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx & \text{f) } \int \ln^2 x dx \\ \text{g) } \int e^{2x} \cos 3x dx & \text{h) } \int \sin x \cos 5x dx & \text{i) } \int \operatorname{sh} x \sin x dx \end{array}$$

4. Trigonometrikus vagy hiperbolikus helyettesítéssel számítsuk ki a következő integrálokat!

$$\text{a) } \int \sqrt{x^2 + 4} dx \quad \text{b) } \int_1^5 \sqrt{15 + 2x - x^2} dx$$

5. Milyen alakú elemi törtfüggvényekre lehet felbontani az alábbi racionális törtfüggvényeket?

$$\text{a) } \frac{x^2 + 3}{(x + 1)^2(x - 3)} \quad \text{b) } \frac{x + 2}{x(x^2 + 2x + 2)^2} \quad \text{c) } \frac{1}{(x^2 - 9)^2}$$

6. Bontsuk fel a következő racionális törtfüggvényt polinom és elemi törtfüggvények összegére, aztán számítsuk ki az integráljukat!

$$\text{a) } \frac{x^3 + 3x^2 - x + 2}{x^4 + x^2} \quad \text{b) } \frac{x^3 - 2x + 1}{(x + 1)^3} \quad \text{c) } \frac{5x + 3}{x^2 - 4x + 5} dx$$

7. Számítsuk ki a következő integrálokat!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int e^{x-2} \operatorname{ch}(3x + 1) dx & \text{b) } \int \ln \frac{x^3}{x + 1} dx & \text{c) } \int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx \\ \text{d) } \int \sqrt{x^2 + 2x} dx & \text{e) } \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}} dx & \text{f) } \int \frac{x^4 - x + 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx \\ \text{g) } \int \frac{\ln(1 + x)}{x^2} dx & & \end{array}$$

8. Döntsük el (ha szükséges, egy másik integrállal való összehasonlítva), hogy az alábbi improprius integrálok konvergensek-e!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_0^1 x^{-2/3} dx & \text{b) } \int_0^1 \ln^2 x dx & \text{c) } \int_0^{\infty} \operatorname{arctg} x dx \\ \text{d) } \int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx & \text{e) } \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx & \text{f) } \int_2^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^4 - 1}} dx \end{array}$$