

**BME KJK Matematika A1a Analízis, 2. ZH**  
**2015. november 18.**

Minden feladat 10 pontot ér, tehát összesen 60 pontot lehet szerezni. Részfeladatok esetén a pontszám egyenletesen oszlik el a részek közt. Minden feladat esetében szükséges a világos indoklás, nem elég a végeredmény és/vagy a válasz.

1. Határozzuk meg az  $a$  és  $b$  paraméterek értékét úgy, hogy az  $f(x)$  függvény mindenütt folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & x < 0 \\ ax + b & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x-1} & 1 < x \end{cases}$$

2. Osszuk el az  $f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x - 2$  polinomot maradékosan  $(x-1)$ -gyel, és keressük meg  $f$  összes gyökét!

3. Számítsuk ki a megadott függvények deriváltját!      a)  $\frac{\sin 2x}{x^3 + 2}$       b)  $e^{\sin x^3}$

4. Határozzuk meg az  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x\sqrt{x} + 2x + 1$  függvény abszolút szélsőértékeit a  $[0, 9]$  intervallumon!

5. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = xe^x$  függvényen!

6. A következő feladatok mindegyike 2 pontot ér:

- Igaz-e, hogy ha  $f$ -nek szakadása van egy  $c$  pontban, akkor ott nem létezik határértéke?
- Mi az  $\arccos x$  függvény értelmezési tartománya és értékkészlete?
- Tegyük fel, hogy  $f$  folytonos és differenciálható  $\mathbb{R}$ -en, és  $f(1) = 1$ ,  $f(3) = 5$ . Adjunk meg egy olyan függvényértéket, amit  $f'$  biztosan felvesz az  $(1, 3)$  intervallumon!
- Az A: " $f$  monoton", B: " $f$  invertálható" állítások közül következik-e valamelyikből a másik? Ha nem, adjunk ellenpéldát!
- Adjunk meg egy olyan  $f$  függvényt, melyre  $f(1) = f'(1) = 0$ , de nincs lokális minimuma  $x = 1$ -ben!

**BME KJK Matematika A1a Analízis, 2. ZH**  
**2015. november 18.**

Minden feladat 10 pontot ér, tehát összesen 60 pontot lehet szerezni. Részfeladatok esetén a pontszám egyenletesen oszlik el a részek közt. Minden feladat esetében szükséges a világos indoklás, nem elég a végeredmény és/vagy a válasz.

1. Határozzuk meg az  $a$  és  $b$  paraméterek értékét úgy, hogy az  $f(x)$  függvény mindenütt folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & x < 0 \\ ax + b & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x-1} & 1 < x \end{cases}$$

2. Osszuk el az  $f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 + 7x - 2$  polinomot maradékosan  $(x-1)$ -gyel, és keressük meg  $f$  összes gyökét!

3. Számítsuk ki a megadott függvények deriváltját!      a)  $\frac{\sin 2x}{x^3 + 2}$       b)  $e^{\sin x^3}$

4. Határozzuk meg az  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x\sqrt{x} + 2x + 1$  függvény abszolút szélsőértékeit a  $[0, 9]$  intervallumon!

5. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = xe^x$  függvényen!

6. A következő feladatok mindegyike 2 pontot ér:

- Igaz-e, hogy ha  $f$ -nek szakadása van egy  $c$  pontban, akkor ott nem létezik határértéke?
- Mi az  $\arccos x$  függvény értelmezési tartománya és értékkészlete?
- Tegyük fel, hogy  $f$  folytonos és differenciálható  $\mathbb{R}$ -en, és  $f(1) = 1$ ,  $f(3) = 5$ . Adjunk meg egy olyan függvényértéket, amit  $f'$  biztosan felvesz az  $(1, 3)$  intervallumon!
- Az A: " $f$  monoton", B: " $f$  invertálható" állítások közül következik-e valamelyikből a másik? Ha nem, adjunk ellenpéldát!
- Adjunk meg egy olyan  $f$  függvényt, melyre  $f(1) = f'(1) = 0$ , de nincs lokális minimuma  $x = 1$ -ben!