

6. gyakorlat
Matematika A1

1. Ábrázoljuk az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2x & 0 < x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -2x + 4 & 1 < x < 2 \\ 0 & 2 < x < 3 \end{cases}$$

függvényt. Vizsgáljuk meg folytonosság és egyoldali folytonosság szempontjából az $x = -1, 0, 1, 2, 3$ helyeket! Van-e az $f(x)$ függvénynek megszüntethető szakadása?

2. (Gy) Hol folytonosak az alábbi függvények, és milyen típusúak a szakadásaik? Mely szakadási helyeken létezik folytonos kiterjesztésük?

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6} & \text{b) } f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3} & \text{c) } f(x) = \frac{x^3 - x}{|x^2 - 1|} \\ \text{d) } f(x) = \frac{\cos x}{x} & \text{e) } f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & \text{f) } f(x) = \frac{x \operatorname{tg} x}{x^2 + 1} \end{array}$$

3. (Gy) Határozzuk meg a paraméterek értékét úgy, hogy az alábbi függvények mindenütt folytonosak legyenek!

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 3 \\ 2ax & x \geq 3 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2 - \sin^2 x}}{x}, & \text{ha } x < 0 \\ ax + b, & \text{ha } 0 < x < 1 \\ \sqrt{x}, & \text{ha } 1 < x \end{cases} \end{array}$$

4. Van-e valós megoldása az alábbi egyenleteknek?

$$\text{a) } \sin x - x + 1 = 0 \qquad \qquad \qquad \text{b) } x^5 - 18x + 2 = 0$$

5. Felveszi-e az $f(x) = \frac{x^3}{4} - \sin \pi x + 3$ függvény a $\frac{7}{3}$ értéket a $[-2, 2]$ intervallumban?

6. (Gy) Osszuk el az alábbi $P(x)$ polinomokat a megadott $Q(x)$ polinommal maradékosan!

$$\begin{array}{ll} \text{a) } P(x) = x^6 - x^5 + x^2 + 2x + 3, Q(x) = x^3 - x^2 & \\ \text{b) } P(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1, Q(x) = x^4 + x^2 + 1 & \end{array}$$

7. (Gy) A Horner-módszer segítségével döntsük el, hogy a megadott c érték gyöke-e a $P(x)$ polinomnak, és ha igen, akkor emeljük ki belőle az $(x - c)$ gyöktényezőt!

$$\text{a) } P(x) = x^4 + 2x^3 + 2x + 1, c = -3 \qquad \text{b) } P(x) = x^9 - 5x^7 + 3x^5 + 3x^3 + 4x, c = -2$$

8. (Gy) Határozzuk meg az alábbi egész együtthatós polinomok racionális gyökeit, és bontsuk fel a polinomot gyöktényezők szorzatára \mathbb{C} fölött!

$$\text{a) } f(x) = x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 + 2 \qquad \qquad \qquad \text{b) } g(x) = 2x^3 + 5x^2 - 8x - 5$$

(Gy) - gyakorló feladatok, (*) - gondolkodtató feladatok