

**9. gyakorlat**  
**Matematika A1**

1. (Gy) Az alábbi limeszek közül melyikeknél alkalmazható a L'Hospital-szabály? Számítsuk ki a határértékeket!

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x}$     c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$     d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x$     e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

2. (Gy) Mi az abszolút minimuma és maximuma az alábbi függvényeknek a megadott intervallumokon?

a)  $\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{3}x^2$  a  $[-1, \sqrt{8}]$ -on    b)  $x^3 + 6x^2 - 15x + 3$  a  $[-6, 6]$ -on.

3. (Gy) Írjuk fel az alábbi függvény megadott pont körüli másodrendű Taylor-polinomját, és ezt felhasználva adjunk becslést a megadott  $c$  számra!

a)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ,  $x_0 = 16$ ,  $c = \sqrt[4]{18}$     b)  $f(x) = x^5$ ,  $x_0 = 1$ ,  $c = 1,038^5$

4. (Gy) Állapítsuk meg, hogy az alábbi függvények hol monoton fogyók, illetve növekvők, és keressük meg a lokális szélsőértékeiket!

a)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$     b)  $f(x) = \sqrt{x}e^{1/x}$     c)  $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x$

5. A függvény menetének a vizsgálatából állapítsuk meg, hány valós gyöke az  $f(x) = x^3 - 3x + 5$  polinomnak!

6. Bizonyítsuk be, hogy  $\operatorname{tg} x > x$ , ha  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ !

7. Adott térfogatú hengerek közül melyiknek legkisebb a felszíne?

8. (Gy) Hol vannak lokális szélsőértékei, hol konvexek, illetve konkávok az alábbi függvények?

a)  $(x^2 - 2x)e^x$     b)  $\arcsin x^2$

9. (Gy) Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényeken!

a)  $\sqrt[3]{1 - x^3}$     b)  $\frac{\ln x}{x}$     c)  $\operatorname{arctg}(1 + \frac{1}{x})$

(Gy) - gyakorló feladatok, (\*) - gondolkodtató feladatok