

## Vektorok

1. Legyenek  $A_1, A_2, \dots, A_6$  egy szabályos hatszög egymást követő csúcsai,  $O$  a hatszög középpontja, és  $\mathbf{a} = \vec{OA_1}$ ,  $\mathbf{b} = \vec{OA_2}$ . Fejezzük ki  $\mathbf{a}$ -val és  $\mathbf{b}$ -vel az  $A_1\vec{A_2}$ ,  $A_1\vec{A_3}$  és  $O\vec{A_1} + O\vec{A_2} + \dots + O\vec{A_6}$  vektorokat!
2. Fejezzük ki az  $AB$  szakasz felezőpontjának, illetve az  $AB$ -t  $m : n$  arányban osztó pontnak a helyvektorát  $A$  és  $B$  helyvektorának lineáris kombinációjaként!
3. Milyen  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{b}$  vektorokra teljesül az  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$  összefüggés?
4. Lineárisan függetlenek-e az alábbi vektorrendszerek?
  - a)  $\{(1, 1, 0), (2, 2, 0), (0, 1, 2)\}$ ;
  - b)  $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$
5. Legyenek  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  lineárisan függetlenek. Lineárisan függetlenek-e a következő vektorrendszerek?
  - a)  $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{c} + \mathbf{a}$
  - b)  $\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{b} - \mathbf{c}, \mathbf{c} - \mathbf{a}$
  - c)  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{0}, \mathbf{b}$
6. Legyen  $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 1, -1)$ ,  $(1, 0, 0)$ . Határozzuk meg az  $\mathbf{ab}$ ,  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  és  $\mathbf{abc}$  szorzatok értékét!
7. Számítsuk ki a kocka két egy csúcsból induló lapátlójának szögét! Mekkora szöget zár be egy lapátló valamelyik, ugyanabból a csúcsból induló éllel?
8. Keressünk az  $(1, 2, 0)$  és  $(0, -1, 1)$  vektorokhoz olyan harmadik vektort, amelyik mindegyikre merőleges!
9. Számítsuk ki az  $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$  vektor vetületét a  $\mathbf{b} = (0, 1, -1)$  vektorra! Állítsuk elő az  $\mathbf{a}$  vektort egy  $\mathbf{b}$ -re merőleges és egy  $\mathbf{b}$ -vel párhuzamos vektor összegeként!
10. Egy háromszög két, egy csúcsból induló oldalvektora  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{b}$ . Fejezzük ki ezekkel a  $\mathbf{b}$  végpontjába mutató magasságvektort!
11. Mekkora az  $(1, 0, -1)$ ,  $(2, 2, 3)$ ,  $(0, 1, 0)$  és  $(1, 2, 1)$  csúcsok által meghatározott tetraéder térfogata?
12. Fejezzük ki a  $\mathbf{v} = (3, 5, 7)$  vektort az  $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1, 0)$  és  $\mathbf{c} = (1, 1, -1)$  vektorok lineáris kombinációjaként!
13. Egy síkban vannak-e az  $(1, 2, 1)$ ,  $(-1, 0, 3)$  és  $(1, 4, 5)$  vektorok?
14. Ha  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{b}$  szöge  $60^\circ$ -os, és a hosszuk 2, illetve 3, akkor mi az  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a}$  szorzat értéke? Mekkora szöget zár be  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  és  $\mathbf{a}$  egymással?
15. Keressünk az  $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$  és  $\mathbf{b} = (1, 1, -1)$  vektorok síkjában a  $\mathbf{c} = (1, 0, 2)$ -re merőleges vektort!
16. Határozzuk meg az  $ABC$  háromszög  $A$ -hoz tartozó magasságát, ha a csúcsok koordinátái  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(-1, 1, 1)$  és  $C(0, 2, 1)$ .