

1. Számítsuk ki a $\sum_{k=1}^n k^3$ összeg értékét $n = 1, 2, 3, 4, 5$ -re! Mi lehet az általános összegképlet? Bizonyítsuk be teljes indukcióval!
2. Bizonyítsuk be, hogy $5^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 1$ osztható 8-cal minden $n \geq 1$ egész számra!
3. Bizonyítsuk be, hogy $3^n > 2^n + 7n$ igaz $n \geq n_0$ esetén, alkalmas n_0 -t választva! Mi a legkisebb megfelelő n_0 szám?
4. Fejezzük ki az AB szakasz felezőpontjának, illetve az AB -t $m : n$ arányban osztó pontnak a helyvektorát A és B helyvektorának lineáris kombinációjaként!
5. Milyen \mathbf{a} , \mathbf{b} vektorokra teljesül az $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ összefüggés?
6. Lineárisan függetlenek-e az alábbi vektorrendszerek?
 - a) $\{(1, 1, 0), (2, 2, 0), (0, 1, 2)\}$
 - b) $\{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$
 - c) $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$
7. Írjuk föl, az $(1, 2, 3)$ vektort a 6.c) feladat vektorainak lineáris kombinációjaként, ha lehetséges!
8. Melyik zár be nagyobb szöget egy kockában: ugyanabból a csúcsból induló két lapátló vagy egy él és egy (ugyanaból a csúcsból induló) testátló?
9. Legyen $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$, $\mathbf{b} = (0, 1, -1)$, $\mathbf{c} = (1, 0, 0)$. Határozzuk meg az \mathbf{ab} , $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ és \mathbf{abc} szorzatok értékét!
10. Keressünk az $(1, 2, 0)$ és $(0, -1, 1)$ vektorokhoz olyan harmadik vektort, amelyik mindkettőre merőleges!
11. Számítsuk ki az $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$ vektor vetületét a $\mathbf{b} = (0, 1, -1)$ vektorra! Állítsuk elő az \mathbf{a} vektort egy \mathbf{b} vektorra merőleges és egy \mathbf{b} vektorral párhuzamos vektor összegeként!
12. Mekkora az $(1, 0, -1)$, $(2, 2, 3)$, $(0, 1, 0)$ és $(1, 2, 1)$ csúcsok által meghatározott tetraéder térfogata?