

1. Számítsuk ki az alábbi határértékeket!

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \sin x + \frac{x}{x^2+3} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$$

2. Határozzuk meg az alábbi határértékeket, ha léteznek (ha csak egyoldali határérték létezik, akkor azt számítsuk ki)!

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^3} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(1-x)^3} + \frac{1}{x-1}$$

3. Bizonyítsuk be definíció alapján, hogy $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{x} = \sqrt{a}$, ha $a > 0$, és $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$.

4. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6} = ?$

5. Felhasználva a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ összefüggést, határozzuk meg a következő határértékeket!

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin x} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

6. Számítsuk ki a következő limeszeket!

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 2x^2}{8x^3 + 3} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{2x^2 + 5} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^4}}{x + \frac{2}{x}} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \end{array}$$

7. a) Mutassuk meg, hogy az $f(x) = \frac{2x^2 + x + 3}{x-1}$ függvénynek van aszimptotája a $+\infty$ -ben, azaz van olyan $g(x) = ax + b$ alakú függvény, amelyre $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - g(x) = 0$. Nézzük meg a függvényt 1-nél és $-\infty$ -nél is, és vázoljuk fel a grafikonját!

b) Határozzuk meg a 6.d) feladat eredményének segítségével a $\sqrt{x^2 + 2x + 3}$ függvény aszimptotáit $+\infty$ -ben és $-\infty$ -ben!