

1. Számítsuk ki a következő határozott integrálokat!

a) $\int_1^8 \frac{x^2 - x + 2}{x\sqrt{x}} dx$ b) $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ c) $\int_0^{2\pi} \sin^4 x dx$ d) $\int_1^4 \frac{1}{(\sqrt{x} + 3)^3} dx$

2. Határozzuk meg az alábbi függvények inverzét! Ha a függvény nem invertálható a teljes értelmezési tartományán, akkor keressünk olyan maximális részintervallumot, amelyen már invertálható! Ábrázoljuk a függvényt és az inverzét!

a) $f(x) = \frac{x}{x-1}$ b) $f(x) = x^2 - 6x + 8$ c) $f(x) = \sqrt{x-5}$

3. a) Tegyük fel, hogy g az f függvény inverze, és tudjuk, hogy $f(3) = 1$ és $f'(3) = 5$. Melyik pontjában tudjuk megadni ennek alapján a g függvény deriváltját? Mi ennek a deriválnak az értéke?

b) Legyen $f(x) = 2x^5 + x^3 + 1$. Bizonyítsuk be, hogy az $f(x)$ függvény invertálható! Ha g az f inverze, határozzuk meg a $g'(4)$ értékét!

4. Számítsuk ki a következő függvények deriváltját!

a) $\ln(\cos x)$ b) $e^{x^2 \ln x}$ c) $\frac{\cos^5 x \cdot \operatorname{tg} x}{(x^2 + 3)^4}$ d) x^{x^2+1}

5. Számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat!

a) $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$ b) $\int \frac{\ln x^2}{x} dx$ c) $\int \operatorname{tg} x dx$ d) $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$ e) $\int \frac{1}{\cos x} dx$