

1. Félcsoportot alkotnak-e
 - a) \mathbb{R}^3 vektorai a vektoriális szorzásra nézve;
 - b) \mathbb{R}^2 vektorai a skalárszorzásra nézve;
 - c) \mathbb{R}^2 vektorai az $(a, b) * (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ szorzásra nézve?
2. Legyen p prím. Ekkor $\mathbb{Z}_p = \{0, 1, \dots, p-1\}$ test, ha a $+$ és \cdot műveleteket úgy definiáljuk, hogy az összeg, illetve szorzat p szerinti osztási maradéka az eredmény. Bizonyítsuk be, hogy \mathbb{Z}_p -ben $(x + y)^p = x^p + y^p$.
3. Számítsuk ki a következő kifejezések értékét \mathbb{Z}_7 -ben!
 - a) $3 \cdot 4$, $3 \cdot 4 \cdot 5$, $3 \cdot 5^{10}$
 - b) $\frac{2}{4+5}$
 - c) $-\frac{1}{5}$
4. Egy egység élű kocka alaplappja az $ABCD$ négyzet, fedőlapja $A_1B_1C_1D_1$, ahol az egyes csúcsok az alapon azonos betűvel jelzett csúcsok fölött vannak. Számítsuk ki a következő kifejezések értékét:

$$|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{B_1C_1}|, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C_1D_1}, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C_1C}, \quad \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB_1}, \quad \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC_1}, \quad \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{DC_1}$$
5. Legyen az OAB háromszög két oldalvektora $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$. Állítsuk elő a következő pontok helyvektorait az \mathbf{a} és \mathbf{b} lineáris kombinációjaként:
 - a) OA felezőpontja;
 - b) AB felezőpontja;
 - c) a háromszög súlypontja;
 - d) az AB szakaszt negyedelő pontok.
6. Kollineárisak-e az $A(1, 1, 1)$, $B(4, 1, 7)$ és $C(5, -1, -1)$ pontok?
7. Lineárisan függetlenek-e az alábbi vektorhármak?
 - a) $(-4, 2, 1)$, $(0, 4, 3)$, $(-4, 6, 4)$
 - b) $(0, 0, 0)$, $(2, -9, 7)$, $(-1, -1, 0)$
 - c) $(-9, -9, 3)$, $(1, 0, 2)$, $(1, 1, 1)$
8. Milyen alakzat a következő síkok metszete? Számítsuk is ki a metszetet, ahol nem üres!
 - a) $2x - y + z = 3$, $x + y = 2$, $-x + 3y - 2z = -2$
 - b) $2x - y + z = 3$, $x + y = 2$
 - c) $x + y + z = 1$, $2x + y = 5$, $3x + y - z = 3$