1. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket!

a) $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & - & z & = & 0 \\ -3x & + & y & + & 2z & = & 11 \end{array}$ b) $\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x & + & y & - & 5z & + & u & = & 3 \\ x & - & y & + & z & + & 2u & = & 1 \\ x & + & 2y & - & 6z & - & u & = & 2 \end{array}$

2. Az alábbi mátrixok közül melyek vannak lépcsős, illetve redukált lépcsős alakban? A redukált lépcsőseknél írjuk fel a mátrixhoz tartozó lineáris egyenletrendszer megoldását, vektoros alakban is!

a) $\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right]$ b) $\left[\begin{array}{ccc|r} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$ c) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

d) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ e) $\left[\begin{array}{ccc|r} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

3. Oldjuk meg azokat a lineáris egyenletrendszereket, amelyeknek a kibővített mátrixa

a) $\left[\begin{array}{ccr|c} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right]$ b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 3 & 1+i \\ 1 & 1 & -2i & -2 \\ 1+i & -1 & -4 & -3 \end{array}\right]$ c) $\left[\begin{array}{rrrr|c} 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 2 \end{array}\right]$

4. Határozzuk meg a következő síkok metszetét! Ha a metszet egyenes, adjuk meg az egyenes explicit egyenletét vektorosan és koordinátánként is!

a) $2x - y + 3z = 3,\ \ x + y + z = 4,\ \ -x + 2y - z = 2;$

b) $2x - y + 3z = 3,\ \ x + y + z = 4,\ \ 3y - z = 5;$

c) $x + 3y + z = 2,\ \ x + 2y + 2z = 5.$

5. Adjuk meg az $S_1 :\ 2x - y + z = 1$ sík explicit (paraméteres) egyenletét, illetve egyenletrendszerét! (Oldjuk meg az egyenletet mint egy egyenletből álló egyenletrendszert, és írjuk fel a megoldást vektorosan!)

6. Oldjuk meg az 1.a) feladatban szereplő egyenletrendszert $\mathbb{Z}_5$ fölött is! Hány megoldása van?

7. Lineárisan függetlenek-e az $(1, 2, -1, 0), (1, 1, 2, 1), (2, 0, 1, 3) \in \mathbb{R}^4$ vektorok?

8. Állítsuk elő a $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (2, 1, -1, 3)$ és $\mathbf{v}_3 = (0, 1, -2, -1)$ vektorok lineáris kombinációjaként az $\mathbf{a} = (0, -1, 3, -1)$, $\mathbf{b} = (1, 1, 0, 1)$ és $\mathbf{c} = (3, 2, -2, 3)$ vektorok közül azokat, amelyeket lehet!

9. Vektorteret alkotnak-a a következő halmazok a természetesen definiált összeadásra és skalárral való szorzásra nézve?

a) A valós polinomok halmaza, $\mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ test fölött.

b) A legfeljebb n-edfokú valós polinomok.

c) A pontosan n-edfokú valós polinomok.

d) $\mathbb{C}$ az $\mathbb{R}$ fölött.

e) $\mathbb{R}$ a $\mathbb{Z}_2$ fölött.