

1. Határozzuk meg a következő függvénysorok értelmezési tartományát és konvergenciatartományát!

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{|x|}{x}\right)^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(z+3)^n} \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-1} \left(\frac{2-x}{2+x}\right)^n$$

2. Határozzuk meg a következő hatványsorok konvergenciatartományát!

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 2^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)^2} x^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n x^n \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n$$

3. Adjuk meg a következő hatványsorok összegfüggvényét!

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 2^n (x-1)^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} (1+ni)(iz)^n$$

4. Adjuk meg a következő függvények 0 körüli Taylor-sorát!

$$\text{a) } \frac{1}{x+1} \quad \text{b) } xe^x \quad \text{c) } \sqrt[3]{1+x} \quad \text{c) } \cos^2 x \quad \text{d) } \arctg x \quad \text{f) } \frac{x}{2-x}$$

5. Adjuk meg az $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ függvény 0 és 1 körüli Taylor-sorát!

6. Alkalmasan választott hatványsor segítségével számítsuk ki az alábbi számsorok összegét!

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!} \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n!} \quad \text{c) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

7. Számítsuk ki a következő periodikus függvények Fourier-sorát!

$$\begin{aligned} \text{a) } & f(x) = x \text{ a } (-1, 1] \text{ intervallumon, és } f \text{ periódusa } 2 \\ \text{b) } & f(x) = |\sin x| \\ \text{c) } & f(x) = \cos^2 x \end{aligned}$$

8. Számítsuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ számsor összegét annak a 2π periódusú függvénynek a Fourier-sorából, amely a $(-\pi, \pi]$ intervallumon x^2 -tel azonos!