1. Félcsoportot alkotnak-e
a) $\mathbb{R}^3$ vektorai a vektoriális szorzásra nézve;
b) $\mathbb{R}^2$ vektorai a skalárszorzásra nézve;
c) $\mathbb{R}^2$ vektorai az $(a, b) * (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ szorzásra nézve?

2. Vektortér-e
a) a valós polinomok halmaza, $\mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ test fölött;
b) $\mathbb{C}$ az $\mathbb{R}$ fölött;
c) $\mathbb{R}$ a $\mathbb{Z}_2$ (azaz a kételemű $\{0, 1\}$ test) fölött?
Altér-e
d) a legfeljebb n-edfokú valós polinomok halmazaz $\mathbb{R}[x]$-ben;
e) a pontosan n-edfokú valós polinomok halmaza $\mathbb{R}[x]$-ben;
f) a két tengely uniója $\mathbb{R}^2$-ben;
g) az első síknegyed $\mathbb{R}^2$-ben?

3. Kollineárisak-e $\mathbb{R}^3$-ben az $A(1, 1, 1)$, $B(4, 1, 7)$ és $C(5, -1, -1)$ pontok?

4. Elő lehet-e állítani az $\mathbf{a} = (1, 2, -1)$ és $\mathbf{b} = (1, 1, 1)$ vektorok lineáris kombinációjaként a $\mathbf{c} = (0, 1, 3)$, illetve a $\mathbf{d} = (-1, 1, -5)$ vektorokat?

5. Legyen az OAB háromszög két oldalvektora $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, ahol O az origó. Állítsuk elő a következő pontok helyvektorait az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ lineáris kombinációjaként:
a) OA felezőpontja;
b) AB felezőpontja;
c) a háromszög súlypontja;
d) az AB szakaszt negyedelő pontok.

6. Tegyük fel, hogy $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ bázisa egy V valós vektortérnek. Döntsük el, hogy az alábbiak független rendszert, generátorrendszert, bázist alkotnak-e V-ben!
a) $\{\mathbf{b}_1,\ \mathbf{b}_2+\mathbf{b}_3\}$ b) $\{\mathbf{b}_1+\mathbf{b}_2,\ \mathbf{b}_1-\mathbf{b}_3,\ \mathbf{b}_1,\ \mathbf{b}_2+2\mathbf{b}_3\}$ c) $\{\mathbf{b}_1+\mathbf{b}_2,\ \mathbf{b}_2+\mathbf{b}_3,\ \mathbf{b}_3+\mathbf{b}_1\}$

7. Milyen alakzat a következő síkok metszete? Számítsuk is ki a metszetet, ahol nem üres!
a) $2x - y + z = 3, \quad x + y = 2, \quad -x + 3y - 2z = -2$
b) $2x - y + z = 3, \quad x + y = 2$
c) $x + y + z = 1, \quad x + 2y + 3z = -2, \quad 3x + y - z = 3$

8. Az alábbi mátrixok közül melyek vannak lépcsős, illetve redukált lépcsős alakban? A redukált lépcsőseknél írjuk fel a mátrixhoz tartozó lineáris egyenletrendszer megoldását, vektoros alakban is!

a) $\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right]$ b) $\left[\begin{array}{ccc|r} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$ c) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

d) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ e) $\left[\begin{array}{ccc|r} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

9. Oldjuk meg azokat a lineáris egyenletrendszereket, amelyeknek a kibővített mátrixa

a) $\left[\begin{array}{ccr|c} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right]$ b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 3 & 1+i \\ 1 & 1 & -2i & -2 \\ 1+i & -1 & -4 & -3 \end{array}\right]$ c) $\left[\begin{array}{rrrr|c} 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 2 \end{array}\right]$