

- Adjuk meg az $S : 2x - y + z = 1$ sík explicit (paraméteres) egyenletét, illetve egyenletrendszerét! (Oldjuk meg az egyenletet mint egy egyenletből álló egyenletrendszert, és írjuk fel a megoldást vektorosan!)
- Hány megoldása lehet az alábbi lineáris egyenletrendszereknek a valós számok körében, ha a $*$ -ok tetszőleges (nem feltétlenül egyenlő) számokat jelölnek?

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & * & | & 2 \\ 0 & 0 & 3 & | & * \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 & | & 1 \\ 0 & 9 & 1 & 2 & | & 2 \\ 0 & 0 & * & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} * & 1 & | & 0 \\ 0 & * & | & 0 \\ 0 & * & | & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & * & | & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & * \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

- Az a és b paraméterek értékétől függően hány megoldása van a következő valós mátrixokhoz tartozó egyenletrendszereknek?

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & a+b & | & 0 \\ 3 & -2 & a & | & b \\ -3 & -6 & a-b & | & 2b \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 3 \\ -1 & 1 & 1 & | & b \\ 0 & 2 & a & | & 1 \end{bmatrix}$$

- Lineárisan függetlenek-e az $(1, 2, -1, 0), (1, 1, 2, 1), (2, 0, 1, 3) \in \mathbb{R}^4$ vektorok?
- Állítsuk elő a $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1, 1), \mathbf{v}_2 = (2, 1, -1, 3)$ és $\mathbf{v}_3 = (0, 1, -2, -1)$ vektorok lineáris kombinációjaként az $\mathbf{a} = (0, -1, 3, -1), \mathbf{b} = (1, 1, 0, 1)$ és $\mathbf{c} = (3, 2, -2, 3)$ vektorok közül azokat, amelyeket lehet!
- Alteret alkotnak-e \mathbb{R}^3 -ben az alábbi részhalmazok? Amelyik altér, annak adjuk meg egy bázisát is!
 - $\{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3 \mid |\mathbf{v}| = 1\}$
 - $\{(x, y, z) \mid x + 2y + z = 0\}$
 - $\{(x, y, z) \mid x + 2y + z = 1\}$
 - $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$
 - $\{(x, y, z) \mid x^3 + y^3 + z^3 = 0\}$

- Vegyük \mathbb{R}^3 -ben a $\mathcal{B} = \{(1, 3, -1), (0, 1, 1), (2, -1, 0)\}$ bázist. Melyik az a \mathbf{v} vektor, amelynek \mathcal{B} szerinti koordinátavektora $[\mathbf{v}]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, és mi a $\mathbf{w} = (3, 0, -3)$ vektor koordinátavektora \mathcal{B} szerint?

- Adjuk meg az alábbi mátrixok sorterének és oszlopterének egy-egy bázisát! Írjuk fel a többi sor-, illetve oszlopvektort ezek lineáris kombinációjaként! Adjuk meg az összes oszlop koordinátavektorát az oszlopter megadott bázisára nézve!

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$