

1. Döntsük el, hogy konvergensek-e az alábbi számsorok, és ha igen, akkor határozzuk meg az összegüket!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n-1}{n+1} \right) & \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n} & \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \\ \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n} & \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{n+1}{n} \right) & \text{f) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+2i)^n}{3^{n+2}} \end{array}$$

2. Konvergensek-e a következő számsorok?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4-1} \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1} \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-2n+1}{2n^2+n+2}$$

3. Döntsük el, hogy konvergensek-e, abszolút konvergensek-e az alábbi számsorok!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{2n} \right)^n & \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n+1} & \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^n} \\ \text{d) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} & \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1} & \text{f) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2 n} \end{array}$$

4. Határozzuk meg a következő függvénysorok értelmezési tartományát és konvergenciatartományát!

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{|x|}{x}\right)^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(z+3)^n} \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-1} \left(\frac{2-x}{2+x}\right)^n$$

5. Határozzuk meg a következő hatványsorok konvergenciatartományát!

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 2^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)^2} x^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n x^n \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n$$

6. Adjuk meg a következő hatványsorok összegfüggvényét!

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 2^n (x-1)^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} (1+ni)(iz)^n$$