1. Számítsuk ki az alábbi kettős- és hármasintegrálokat! Ábrázoljuk az integrálás tartományát!

a) $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\int_{\pi/4}^{\pi/2}\cos(x+2y)\,dy\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^3\int_{-1}^1\int_2^4 y-xz\,dz\,dy\,dx$

c) $\displaystyle\int_0^2\int_x^{2x} xy\,dy\,dx$ d) $\displaystyle\int_0^1\int_0^x\int_{x-y}^{x+y}(z-2x-y)\,dz\,dy\,dx$

2. Számítsuk ki az f függvény integrálját a T tartományon, ahol

a) $f(x,y)=x\sqrt{x^2+y},\ \ T=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 3\}$;

b) $f(x,y)=\dfrac{y}{x+1},\ \ T$ az $y=x$ és $y=x^2$ görbék által határolt korlátos tartomány;

c) $f(x,y)=x+y,\ \ T=\{(x,y)\,|\,1\le x\le e,\ 0\le y\le \ln x\}$;

d) $f(x,y)=\dfrac{1}{1+x^2}$, ahol T a $(0,0),\ (1,0),\ (0,1)$ csúcsú háromszögtartomány;

e) $f(x,y,z)=z,\ \ T$ az $x,y,z\ge 0$ nyolcadtérből a $2x+y+z=4$ sík által kimetszett korlátos tartomány

3. Számítsuk ki az $y=0$, $y=2$, $z=0$, $z=2-2x^2$ felületek által határolt korlátos tartomány térfogatát!

4. Az integrálás sorrendjének felcserélésével számítsuk ki az alábbi kettősintegrálokat!

a) $\displaystyle\int_0^2\int_{1+x^2}^5 xe^{(y-1)^2}\,dy\,dx$ b) $\displaystyle\int_1^4\int_{\sqrt{y}}^2 \sin\left(\frac{x^3}{3}-x\right)dx\,dy$

5. Használjunk alkalmas polár-koordinátarendszert a következő integrálok kiszámításához!

a) $f(x,y)=x^2$ integrálja az origó körüli 1 sugarú körlap első nyolcadán

b) $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ integrálja a $T=\{(x,y)\,|\,x^2-2x+y^2=0\}$ tartományon

c) $\displaystyle\int_0^1\int_y^{\sqrt{2-y^2}} 1\,dx\,dy$

d) $\displaystyle\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-y^2}}\sin(x^2+y^2)\,dx\,dy$

e) $\displaystyle\int_{-1}^1\int_0^{\sqrt{1-z^2}}\int_0^{\sqrt{y^2+z^2}} x\,dx\,dy\,dz$

f) $\displaystyle\iiint_T \frac{1}{x^2+y^2+z^2}\,dx\,dy\,dz,$

ahol $T=\{(x,y,z)\,|\,\sqrt{3x^2+3y^2}\le z,\ 9\le x^2+y^2+z^2\le 81\}$

6. Számítsuk ki az alábbi tartományok térfogatát:

a) A $z=x^2+y^2$ és $z=27-2x^2-2y^2$ paraboloidok által határolt korlátos tartomány;

b) Az 1 sugarú gömbből $90°$-os nyílásszögű, a gömb középpontjába eső csúcsú kúp által kivágott rész;

c) A $T=\{(x,y,z)\,|\,z\le\sqrt{4-x^2-y^2},\ x^2+y^2\ge 1,\ z>0\}$.