1. (14 pont) Keressük meg az $\mathbf{r}(t) = (2\cos 4t)\mathbf{i} + (2\sin 4t)\mathbf{j} + 6t\mathbf{k}$ görbe $t = 0$ kezdőpontú ívhossz szerinti paraméterezését! Ezután határozzuk meg a görbe érintő egységvektorát, főnormális egységvektorát, binormális egységvektorát valamely t paraméterű pontban! Számítsuk ki a görbe görbületét és torzióját!

2. (10 pont) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ vektor - vektorfüggvény felületi integrálját a megadott egyenletű $\mathcal{F}$ felületdarab mentén, ha a felület az $\mathbf{r_u} \times \mathbf{r_v}$ vektorral (pozitívan) van irányítva:
$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x^2y\mathbf{i} + 2xy^3z\mathbf{j} + 3z\mathbf{k},$$
ahol $\mathcal{F}$: $\mathbf{r}(u,v) = (u\cos v)\mathbf{i} + (u\sin v)\mathbf{j} + u\mathbf{k}$, $0 \le u \le 1$, $0 \le v \le 2\pi$.

3. (8 pont) Ha léteznek, akkor adjuk meg az alábbi $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = 2xy\mathbf{i} + (x^2 - z^2)\mathbf{j} - 2yz\mathbf{k}$ vektor - vektorfüggvény potenciálfüggvényeit! Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ integrálját az $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$, $1 \le t \le 2$ görbe mentén!

4. (8 pont) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (z - y)\mathbf{i} - (x + z)\mathbf{j} - (x + y)\mathbf{k}$ vektor - vektorfüggvény görbementi integrálját az $x^2 + y^2 = 9$ egyenletű görbén, ha a görbét úgy irányítjuk, hogy a $\mathbf{k}$ vektor felől visszanézve a görbére az irányítás pozitív forgásiránynak felel meg!

5. (10 pont) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x^2\mathbf{i} + (e^z + \cos xz)\mathbf{j} + (y^3 - 2xz + 5z)\mathbf{k}$ vektor - vektorfüggvény felületi integrálját azon az első térnyolcadba eső téglatesten, amelynek csúcsai $(0,0,0)$, $(2,0,0)$, $(0,3,0)$, $(2,3,0)$, és $(0,0,5)$, $(2,0,5)$, $(0,3,5)$, $(2,3,5)$ befelé mutató felületi normálvektorral!

6. (10 pont) Igazoljuk, hogy az
$$\mathbf{r}(t) = \Big(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos t + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin t\Big)\mathbf{i} + \Big(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos t + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin t\Big)\mathbf{j} + \Big(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin t\Big)\mathbf{k}$$
görbe az $x + y - 2z = 2$ síkban lévő $(2,2,1)$ középpontú, 1 sugarú körvonal.