

Matematika A3 (közlekedésmérnököknek), 2016. ősz

2. zh

Minden feladat 10 pontot ér. Indoklás nélküli eredmény nem fogadható el.

1. Legyen adott az $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, \operatorname{ch} t)$ ($t \geq 0$) térgörbe. Írja fel a görbét ívhosszparaméterezéssel a $t \geq 0$ tartományon!
2. Legyen $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = e^{y^2} \cdot \mathbf{i} + (2xye^{y^2} + \sin 2z) \cdot \mathbf{j} + 2y \cos 2z \cdot \mathbf{k}$
 - a) Létezik-e \mathbf{v} -nek potenciálfüggvénye? Ha igen, adja meg a \mathbf{v} összes potenciálfüggvényét!
 - b) Számítsa ki a \mathbf{v} integrálját az $\mathbf{r}(t) = (2 + t^6, 3t^2, \sin \pi t)$, $t \in [-1, 1]$ paraméterezéssel adott görbe mentén!
3. Legyen \mathcal{F} az origó középpontú 1 sugarú **körhengerpalást** $z = -1$ és $z = 1$ síkok által határolt része a hengerből kifelé mutató felületi normálvektorral. Integrálja \mathcal{F} mentén a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} + (z^2 - 1) \cdot \mathbf{k}$ vektor-vektorfüggvényt!
4. Legyen \mathcal{G} az a görbe, amely a $(0, 1, 0)$ pontból a $(0, 0, 0)$ pontba, illetve a $(0, 0, 0)$ pontból az $(1, 0, 0)$ pontba mutató irányított szakaszok és az (x, y) koordinátasíkban fekvő $y = 2/(x + 1) - 1$ egyenletű hiperbola $(1, 0, 0)$ pontból a $(0, 1, 0)$ pontba mutató darabjának összeillesztésével adódik. Számítsa ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = -y \cdot \mathbf{i} + x \cdot \mathbf{j} + \operatorname{tg} z \cdot \mathbf{k}$ vektormező görbementi integrálját a megadott \mathcal{G} görbén!
5. Jelölje \mathcal{F} annak a kockának a felületét, amelynek oldallapjai a megfelelő tengelysíkokkal párhuzamosak, két szemközti csúcsa az origó és az $(1, 1, 1)$. Számítsa ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x^2 \cdot \mathbf{i} + xy \cdot \mathbf{j} + \sin(\pi z) \cdot \mathbf{k}$ vektormező integrálját az \mathcal{F} felület mentén kifelé mutató felületi normálvektor mellett!
6. Az $\mathbf{r}(u, v) = \operatorname{sh} u \cdot \mathbf{i} + e^v \cdot \mathbf{j} + uv \cdot \mathbf{k}$ paraméteres egyenlettel megadott, $-1 \leq u \leq 1$ és $-1 \leq v \leq 1$ paraméterértékekhez tartozó felületdarabnak mely u és v értékek mellett lesz az (x, y) koordinátasík érintősíkja? Adja meg az érintési ponto(ka)t is!

Matematika A3 (közlekedésmérnököknek), 2016. ősz

2. zh

Minden feladat 10 pontot ér. Indoklás nélküli eredmény nem fogadható el.

1. Legyen adott az $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, \operatorname{ch} t)$ ($t \geq 0$) térgörbe. Írja fel a görbét ívhosszparaméterezéssel a $t \geq 0$ tartományon!
2. Legyen $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = e^{y^2} \cdot \mathbf{i} + (2xye^{y^2} + \sin 2z) \cdot \mathbf{j} + 2y \cos 2z \cdot \mathbf{k}$
 - a) Létezik-e \mathbf{v} -nek potenciálfüggvénye? Ha igen, adja meg a \mathbf{v} összes potenciálfüggvényét!
 - b) Számítsa ki a \mathbf{v} integrálját az $\mathbf{r}(t) = (2 + t^6, 3t^2, \sin \pi t)$, $t \in [-1, 1]$ paraméterezéssel adott görbe mentén!
3. Legyen \mathcal{F} az origó középpontú 1 sugarú **körhengerpalást** $z = -1$ és $z = 1$ síkok által határolt része a hengerből kifelé mutató felületi normálvektorral. Integrálja \mathcal{F} mentén a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} + (z^2 - 1) \cdot \mathbf{k}$ vektor-vektorfüggvényt!
4. Legyen \mathcal{G} az a görbe, amely a $(0, 1, 0)$ pontból a $(0, 0, 0)$ pontba, illetve a $(0, 0, 0)$ pontból az $(1, 0, 0)$ pontba mutató irányított szakaszok és az (x, y) koordinátasíkban fekvő $y = 2/(x + 1) - 1$ egyenletű hiperbola $(1, 0, 0)$ pontból a $(0, 1, 0)$ pontba mutató darabjának összeillesztésével adódik. Számítsa ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = -y \cdot \mathbf{i} + x \cdot \mathbf{j} + \operatorname{tg} z \cdot \mathbf{k}$ vektormező görbementi integrálját a megadott \mathcal{G} görbén!
5. Jelölje \mathcal{F} annak a kockának a felületét, amelynek oldallapjai a megfelelő tengelysíkokkal párhuzamosak, két szemközti csúcsa az origó és az $(1, 1, 1)$. Számítsa ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = x^2 \cdot \mathbf{i} + xy \cdot \mathbf{j} + \sin(\pi z) \cdot \mathbf{k}$ vektormező integrálját az \mathcal{F} felület mentén kifelé mutató felületi normálvektor mellett!
6. Az $\mathbf{r}(u, v) = \operatorname{sh} u \cdot \mathbf{i} + e^v \cdot \mathbf{j} + uv \cdot \mathbf{k}$ paraméteres egyenlettel megadott, $-1 \leq u \leq 1$ és $-1 \leq v \leq 1$ paraméterértékekhez tartozó felületdarabnak mely u és v értékek mellett lesz az (x, y) koordinátasík érintősíkja? Adja meg az érintési ponto(ka)t is!