1. Határozza meg a következő komplex hatványsor konvergencia-sugarát és középpontját! (10 pont)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n+1} \cdot z^n$$

2. Mely pontokban differenciálható az alábbi komplex függvény? (10 pont)

$$f(z) = z|z|$$

3. Igazolja, hogy az alábbi komplex függvény minden pontban differenciálható és adja meg a deriváltját! (10 pont)

$$f(x+iy) = (x + e^x \cos y) + i(y + e^x \sin y)$$

4. Adja meg a következő kifejezéseket algebrai alakban! (10 pont)

a) $\left(\sqrt{2} - i\sqrt{2}\right)^i$, b) $\arcsin(\sqrt{3}\,i)$

5. Számítsa ki az

$$\int_G \operatorname{Re}(z^2)\,\mathrm{d}z$$

integrál értékét, ahol G az a töröttvonal mely az 1 pontból az origóba megy egyenes szakasz mentén, majd az origóból a $2i$ pontba egyenes szakasz mentén. (10 pont)

6. Adja meg algebrai alakban a

$$\oint_G \frac{\cos(i\pi z)}{z(z-2i)^2}\,\mathrm{d}z$$

integrál értékét, ahol G az a pozitívan irányított négyszög, melynek csúcsai a $-1-i$, $1-i$, $1+3i$, $-1+3i$ pontok! (10 pont)

KJK – matematika a3 **az első zh pótlásának pótlása** **2015. dec. 16.**

1. Határozza meg a következő komplex hatványsor konvergencia-sugarát és középpontját! (10 pont)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n+1} \cdot z^n$$

2. Mely pontokban differenciálható az alábbi komplex függvény? (10 pont)

$$f(z) = z|z|$$

3. Igazolja, hogy az alábbi komplex függvény minden pontban differenciálható és adja meg a deriváltját! (10 pont)

$$f(x+iy) = (x + e^x \cos y) + i(y + e^x \sin y)$$

4. Adja meg a következő kifejezéseket algebrai alakban! (10 pont)

a) $\left(\sqrt{2} - i\sqrt{2}\right)^i$, b) $\arcsin(\sqrt{3}\,i)$

5. Számítsa ki az

$$\int_G \operatorname{Re}(z^2)\,\mathrm{d}z$$

integrál értékét, ahol G az a töröttvonal mely az 1 pontból az origóba megy egyenes szakasz mentén, majd az origóból a $2i$ pontba egyenes szakasz mentén. (10 pont)

6. Adja meg algebrai alakban a

$$\oint_G \frac{\cos(i\pi z)}{z(z-2i)^2}\,\mathrm{d}z$$

integrál értékét, ahol G az a pozitívan irányított négyszög, melynek csúcsai a $-1-i$, $1-i$, $1+3i$, $-1+3i$ pontok! (10 pont)

KJK – matematika a3 **a második zh pótlásának pótlása** **2015. dec. 16**

1. Számítsa ki az $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t)\mathbf{i} + (\cos^2 t)\mathbf{j} + (\operatorname{sh} t)\mathbf{k}$ görbe torzióját, ahol $t \in \mathbf{R}$! Síkgörbét határoz-e meg $\mathbf{r}(t)$? (10 pont)

2. Számítsa ki a $\mathbf{v}(x,y,z) = yz^2\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + x^2\,\mathbf{k}$ vektor-vektor függvénynek az $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t)\mathbf{i} + (\cos^2 t)\mathbf{j} + (\sin t)\mathbf{k}$ görbe $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ szakaszára vett vonalintegrálját! (10 pont)

3. Mennyi a $\mathbf{v}(x,y,z) = y\sin z\,\mathbf{i} + xz^2\,\mathbf{j} + xy^2\mathbf{k}$ vektormező felületi integrálja arra a négyszöglapra, melynek csúcsai $(1;1;0)$, $(1;3;0)$, $(0;3;0)$, $(0;1;0)$ és melynek irányítását a $\mathbf{k}$ vektor határozza meg! (10 pont)

4. Számítsa ki a $\mathbf{v}(x,y,z) = (-x^3 - xy^2 + y)\mathbf{i} + (y^3 + x^2y + x)\mathbf{j} + 0 \cdot \mathbf{k}$ vektormező vonalintegrálját az $[xy]$ síkbeli origó középpontú egységsugarú, pozitívan irányított körvonalra! (10 pont)

5. Tekintsük azt a téglatestet, melyet a $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$, $-1 \le z \le 1$ egyenlőtlenségek határoznak meg. Számítsuk ki ennek a testnek a térfogatból kifelé irányított felszínére a

$$\mathbf{v}(x,y,z) = \left(x^2 + \frac{x}{1+y^2}\right)\mathbf{i} + (y - \operatorname{arctg} y)\mathbf{j} + (2xz - z)\mathbf{k}$$

vektormező felületi integrálját!

6. Tekintsük a $z = x^2 + y^2$ egyenletű felületnek a $z = 1 + y$ egyenletű síkkal vett metszésvonalát! Mi ennek a görbének az $(1;1;2)$ pontjához tartozó binormális egységvektora és érintő vektora? (10 pont)

KJK – matematika a3 **a második zh pótlásának pótlása** **2015. dec. 16**

1. Számítsa ki az $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t)\mathbf{i} + (\cos^2 t)\mathbf{j} + (\operatorname{sh} t)\mathbf{k}$ görbe torzióját, ahol $t \in \mathbf{R}$! Síkgörbét határoz-e meg $\mathbf{r}(t)$? (10 pont)

2. Számítsa ki a $\mathbf{v}(x,y,z) = yz^2\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + x^2\,\mathbf{k}$ vektor-vektor függvénynek az $\mathbf{r}(t) = (\sin^2 t)\mathbf{i} + (\cos^2 t)\mathbf{j} + (\sin t)\mathbf{k}$ görbe $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ szakaszára vett vonalintegrálját! (10 pont)

3. Mennyi a $\mathbf{v}(x,y,z) = y\sin z\,\mathbf{i} + xz^2\,\mathbf{j} + xy^2\mathbf{k}$ vektormező felületi integrálja arra a négyszöglapra, melynek csúcsai $(1;1;0)$, $(1;3;0)$, $(0;3;0)$, $(0;1;0)$ és melynek irányítását a $\mathbf{k}$ vektor határozza meg! (10 pont)

4. Számítsa ki a $\mathbf{v}(x,y,z) = (-x^3 - xy^2 + y)\mathbf{i} + (y^3 + x^2y + x)\mathbf{j} + 0 \cdot \mathbf{k}$ vektormező vonalintegrálját az $[xy]$ síkbeli origó középpontú egységsugarú, pozitívan irányított körvonalra! (10 pont)

5. Tekintsük azt a téglatestet, melyet a $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$, $-1 \le z \le 1$ egyenlőtlenségek határoznak meg. Számítsuk ki ennek a testnek a térfogatból kifelé irányított felszínére a

$$\mathbf{v}(x,y,z) = \left(x^2 + \frac{x}{1+y^2}\right)\mathbf{i} + (y - \operatorname{arctg} y)\mathbf{j} + (2xz - z)\mathbf{k}$$

vektormező felületi integrálját!

6. Tekintsük a $z = x^2 + y^2$ egyenletű felületnek a $z = 1 + y$ egyenletű síkkal vett metszésvonalát! Mi ennek a görbének az $(1;1;2)$ pontjához tartozó binormális egységvektora és érintő vektora? (10 pont)