1. Számítsuk ki a megadott felületek felszínét!
a) $\mathbf{r}(u,v) = (u\cos v, u\sin v, 2v),\ \ 0 \le u \le 2,\ \ 0 \le v \le 2\pi$
b) $z = x^2 - y^2,\ \ x^2 + y^2 \le 1$
c) $x^2 = 2yz,\ \ 0 \le x \le 1,\ \ 1 \le y \le 2$

2. Számítsuk ki a görbementi integrálokat (ha szükséges, előbb paraméterezzük a görbét)!
a) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (x^2,\ x+y+z,\ yz)$, $\mathcal{G}$ az AB szakasz A-ból B-be, ahol $A(1,1,1)$ és $B(2,0,-1)$.
b) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + 2yz\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$, $\mathcal{G} : \mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3),\ \ (0 \le t \le 1)$
c) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{r},\ \ \mathcal{G} : x^2 + y^2 = 1$, kör $x \ge 0$ féltérbe eső része, $(0,1)$-nél kezdve
d) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (e^x,\ xyz,\ z),\ \ \mathbf{r}(t) = (t^2,\ 1,\ \cos t),\ \ 0 \le t \le \pi$

3. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi vektor-vektorfüggvények potenciálosak. Számítsuk ki a megadott integrálokat a potenciálfüggvény segítségével!
a) $\mathbf{v}(\mathbf{r}_{=}(y^2 - z^2,\ 1 + 2xy,\ -2xz),\ \ \mathcal{G} : (2\cos t,\ 2\sin t,\ t),\ \ 0 \le t \le \pi)$
b) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (y+z,\ x+z,\ x+y),\ \ \mathcal{G}$ az $ABCD$ töröttvonal, ahol $A(1,1,1)$, $B(1,2,0)$, $C(3,2,1)$, $D(3,1,2)$.

4. Számítsuk ki az alábbi függvények divergenciáját és rotációját!
a) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \left(\dfrac{x}{y},\ \dfrac{y}{x},\ xz\right)$
b) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{grad}\,|\mathbf{r}|$
c) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (x^2 + y^3,\ 12xy - 3x,\ xyz^2)$
d) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (x^2y + y^3,\ x^3 - xy^2)$

5. Keressük meg a következő vektor-vektorfüggvények potenciálfüggvényét, ha létezik!
a) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (3x^2y - y^3)\mathbf{i} + (x^3 - 3xy^2)\mathbf{j}$
b) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (5x^2y - 4xy,\ 3x^2 - 2y)$
c) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (yz,\ xz,\ xy)$
d) $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (yz - xy,\ xz - \frac{1}{2}x^2 + yz^2,\ xy + y^2z)$