1. Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenletek típusát (explicit-e vagy implicit, milyen rendű, illetve fokú, homogén vagy inhomogén)!

a) $3y''' - (\operatorname{tg} x)y' + \operatorname{ch} x = 0$ b) $y'' = e^y \ln x$ c) $y'' = y^2 \cos^2 x$

2. Oldjuk meg a következő (szétválasztható) differenciálegyenleteket, illetve kezdetiérték-problémákat!

a) $xyy' + y^2 - 1 = 0$
b) $(2x+1)y' - 3y = 0,\ \ y(4) = 6$
c) $(1+x^2)y' + x(1+y^2) = 0$
d) $\sqrt{1-x^2}y' + xy = 0$ az $y(\frac{1}{2}) = 0$, illetve az $y(\frac{3}{5}) = 1$ kezdeti feltétellel

3. Ha a differenciálegyenlet $y' = g(y/x)$ alakra hozható, akkor $z = y/x$ függvény bevezetésével szétválaszthatóvá tehető. Oldjuk meg ennek segítségével az alábbi differenciálegyenleteket!

a) $2xyy' = y^2 - x^2,\ \ y(1) = 1$
b) $xy' = xe^{y/x} + y,\ \ y(1) = 0$

4. Oldjuk meg a következő elsőrendű lineáris differenciálegyenleteket!

a) $y' - \dfrac{1}{x}y = x^2$
b) $y' + y = e^{-x}$
c) $y' + y\cos x = \sin x \cos x,\ \ y(0) = 1$
d) $xy' - (x+1)y = x^2 - x^3$

5. Ellenőrizzük, hogy az alábbi differenciálegyenletek egzaktak-e. Ha nem, keressünk alkalmas multiplikátort, amellyel egzakttá tehetők, és úgy oldjuk meg!

a) $x^3 - 3xy^2 + (y^2 - 3x^2y)y' = 0$
b) $\ln y + ye^x + 2 + (\frac{x}{y} + e^x - \operatorname{ch} y)y' = 0$
c) $(1 - xy) + (xy - x^2)y' = 0$
d) $(y \sin x - 1) + y' \cos x = 0$
e) $x(y^2+1) + y(1-x^2)y' = 0$
f) $2x + \cos y - (x \sin y)y' = 0,\ \ y(1) = 0$
g) $e^{-y} + (xe^{-y} - 2ye^{-2y})y' = 0$